પ્રથમાવૃત્તિ.

ભૂમિતિ પ્રકાશ.

પ્રથમ દર્શન.

વ્યાખ્યા, પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ, સ્વિકૃત પક્ષ, પ્રતિજ્ઞા અને અઘરા પ્રશ્નોત્તર સહિત-સરળ ઇબારતમાં.

રચનાર-મિ. ભાઇશંકર ઉમિયાશંકર.

પ્રગટ કરનાર

પુરૂષોત્તમ કહાનજી ગાંધી.

લીંબડી—કાઠિયાવાડ.

ઑકટોબર ૧૮૮૯. આશ્વિન ૧૯૪૫.

Ahmedabad "Aryodaya" Press.

પાંચ આના.

भूमिति प्रकाश.

ભૂમિતિ=(ભૂ=પૃથ્વી+મિતિ=માપવું) પૃથ્વીને માપવી. અસલ એ વિદ્યા પૃથ્વીની માપણીને સારૂ મિસર દેશમાં ઉત્પન્ન થઈ, તે કારણથી તેનું એ નામ પડયું એમ કહેવાય છે. પણ હાલમાં ભૂમિતિની વ્યાખ્યા એ છે કે આકારનું શાસ્ત્ર. જેમ અક્ષર ગણિતમાં અક્ષર એ તેનો વિષય છે તેમ આકાર એ ભૂમિતિનો વિષય છે.

યુકિલડ નામનો વિદ્વાન ગ્રીસમાં થઇ ગયોછે. તેણે ભૂમિતિને લગતાં ઘણાં પુસ્તકો બનાવેલાં છે જેમાંના એકનો આધાર અમે લીધો છે.

વ્યાખ્યાઓ (Definitions=ડેફિનિશન્સ)

૧ **બિંદુ** (પૉઇન્ટ)–તેજ જેને સ્થિતિ માત્રછે પણ ભાગો નથી.

૨ **લીટી** (લાઈન)—તેજ જેને લંબાઈ માત્ર છે પણ પહોળાઈ નથી.

૩ **લીટીના છેડાઓ** (એક્સ્ટ્રીમિટીઝ) બિંદુઓ હોયછે; કેમકે લીટી બિંદુઓથી બનેલી છે.

૪ **સીધી લીટી** (સ્ટ્રેઇટ લાઇન)—તેજ જે તેના છેડાઓની વચ્ચે સમાન રહેલી હોયછે.

૫ **સફાઈ** (સુપર ફિસીઝ)—તેજ જેને ફક્ત લંબાઇ તથા પહોળાઇ હોય છે, પણ જાડાઇ હોતી નથી.

૬ **સફાઇના છેડાઓ** (એક્સ્ટ્રીમિટીઝ) લીટીઓ હોય છે.

૭ સપાટ સફાઇ (પ્લેઈન સુપરફિસીઝ)—તેજ જે તેના છેડાઓની વચ્ચે સમાન રહેલી હોય છે.

૮ સમતલખૂણો (પ્લેઈન ઍન્ગલ)—તેજ જે એક સફાઈમાં ગમે તેની બે લીટીઓ એકઠી મળે છે પણ એકજ દિશામાં નથી. એવી તે બે લીટીઓનો પરસ્પરનો ઝોક (વલણ) છે.

૯ સમતલ સીધી લીટી ખૂણો (પ્લેઇન રેકટીલીનીઅલ ઍન્ગલ)—તેજ જે એકઠી મળેછે પણ એકજ સીધી લીટીમાં નથી. એવી બે સીધી લીટીઓનો ઝોક છે.



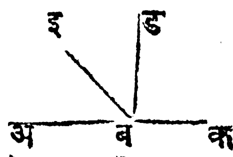
૧૦ જ્યારે એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટી ઉપર પડીને પાસ પાસેના ખૂણાઓ બરાબર કરે, ત્યારે આ ખૂણા માંહેલા પ્રત્યેકને **કાટ ખૂણો** (રાઇટ ઍન્ગલ) કહેછે. અને આ લીટીઓ માંહેની પ્રત્યેક બીજી ઉપર **લંબ** (પરપેન્ડીક્યુલર) છે.



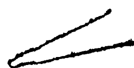
૧૧ પહોળો ખૂણો (ઑબ્ચ્યુસ ઍન્ગલ)—તેજ જે કાટખૂણા કરતાં મોટો હોય છે.



*આમાં (**अबइ**) ખૂણો સાંકડો ખૂણો, (**अबड**) ખૂણો કાટખૂણો અને (**इबक**) ખૂણો પહોળો ખૂણો છે.



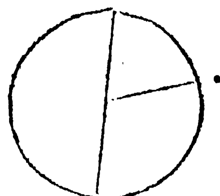
૧૨ **સાંકડો ખૂણો** (ઍક્યુટ ઍન્ગલ)—તેજ જે કાટ ખૂણા કરતાં નાનો હોય છે.



૧૩ **સીમા** અથવા **મર્યાદા** (ટર્મ ઑર બાઉન્ડરી)—તેજ જે કોઇ વસ્તુનો છેડો.

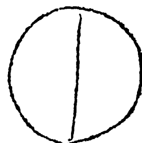
૧૪ **આકૃતિ** (ફિગર)—તેજ જે સફાઈની હદ સઘળી તરફથી એક અથવા વધારે લીટીઓથી થયેલી છે.

૧૫ **ગોળ** (સર્કલ)—તેજ સપાટ આકૃતિ કે જેની હદ એક અખંડ લીટીથી થયેલી હોયછે, તે અખંડ લીટીને તેનો **ઘેર** અથવા **પરિઘ** (સરકમ્ફરન્સ) કહે છે; અને તેમાં એક એવું મુકરર બિંદુ છે કે જેમાંથી તેના પરિઘને મળતાં સુધી જેટલી લીટીઓ દોરીએ તે બધી બરાબર થાય.



૧૬ આ બિંદુને (જેમાંથી બરાબર લીટીઓ દોરી છે તેને) ગોળનું **મધ્યબિંદુ** (સેન્ટર) કહેછે.

૧૭ **ગોળનો વ્યાસ** (ડાયામેટર)—તેજ સીધી લીટી જે મધ્યબિંદુની પાર દોરેલી અને જેના છેડા બન્ને તરફ પરિઘમાં હોય છે.



૧૮ **અર્ધગોળ** (સેમિસર્કલ)—તેજ આકૃતિ કે જેની હદ વ્યાસથી, તથા વ્યાસથી થયેલા ગોળના ભાગથી થયેલી હોય છે.

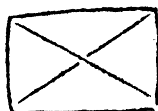


૧૯ ગોળનો ખંડ-તેજ આકૃતિ કે જેની હદ એક સીધી લીટીથી તથા તેનાથી કપાએલા પરિઘના ભાગથી થયેલી હોય છે.

૨૦ સીધી લીટી આકૃતિ (રેકટીલિનીઅલ ફિગર) -તેજ કે જેની હદ માત્ર સીધી લીટીઓથી થયેલી હોયછે.

૨૧ ત્રિકોણ (ટ્રિલૅટરલ ફિગર ઑર ટ્રાયન્ગલ)-તેજ સીધી લીટી આકૃતિ કે જેની હદ ત્રણ સીધી લીટીઓથી થયેલી હોય છે.

૨૨ ચોખૂણાકૃતિ (ક્વૉડ્રિલૅટરલ ફિગર)—તેજ કે જેની હદ ચાર સીધી લીટીઓથી થયેલીછે. ચોખૂણાકૃતિના સામ સામેના ખૂણાઓનાં શિરો બિંદુઓને સાંધનારી સીધી લીટીઓને તેની કર્ણ લીટીઓ (ડાયગનલ) કહે છે.



૨૩ બહુખૂણ (મલ્ટિલૅટરલ ફિગર અથવા પૉલીગન)—તેજ સીધીલીટી આકૃતિ કે જેની હદ ચાર કરતાં વધારે સીધી લીટીઓથી થયેલી છે.

૨૪ જે ત્રિકોણની ત્રણ બાજુઓ બરાબર છે તે **સમબાજુ** (ઈક્વિલૅટરલ) કહેવાય છે.



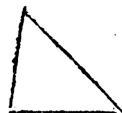
૨૫ જે ત્રિકોણની માત્ર બેજ બાજુઓ બરાબર છે તેને **સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ** (આઈસૉસીલીસ ટ્રાયન્ગલ) કહે છે.



૨૬ **વિષમ બાજુ ત્રિકોણ** (સ્કેલીન ટ્રાયન્ગલ) તેજ કે જેની કોઇપણ બે બાજુઓ બરાબર નથી.



૨૭ **કાટખૂણુ ત્રિકેાણુ** (રાઇટ ઍન્ગલ્ડ ટ્રાયન્ગલ)—તેજ જેમાં એક કાટખણેા છે.



૨૮ **પહેાળખૂણુ ત્રિકેાણુ** (ઑબ્સ્યુસ ઍન્ગલ્ડ ટ્રાયન્ગલ)—તેજ જેમાં એક પહેાળેા ખૂણેા છે.

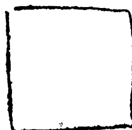


૨૯ સાંકડ ખૂણુ ત્રિકેાણુ (ઍક્યુટ ઍન્ગલ્ડ ટ્રાયન્ગલ)—તેજ જેમાં ત્રણે સાંકડા ખૂણા છે.



૩૦ સમ બાજુ ચેાખૂણાકૃતિને **સમાંતર બાજુ ચેાખૂણુ** અથવા લૉઝેંજ કહે છે.

૩૧ સમખૂણુ લૉઝેંજને **ચેારસ** (સ્કવૅર) કહેછે. (ચારે બાજુ અને ચારે ખૂણા બરાબર હેાય તે ચેારસ).



૩૨ જેના સઘળા ખૂણા કાટખૂણા છે અને સામ સામેની બાજુઓ બરાબર છે, તેને **દીર્ઘ ચેાખૂણુ** કે કાટખૂણુ **ચેાખૂણુ** (ઑબલૉન્ગ) કહે છે.



૩૩ ર્‌હૉમ્બૉઇડ—તેજ ચેાખૂણુ કે જેની સામ સામેની બાજુઓ બરાબર છે પણ ચારે ખૂણા બરાબર નથી.



૩૪ બીજી સઘળી ચેાખૂણાકૃતિઓને **ચતુઃસીમા** અથવા

ટ્રૅપિઝ્યમ કહે છે.

૩૫ **સમાંતર સીધી લીટીઓ** (પૅરેલલ સ્ટ્રેઇટલાઇન્સ)— તેજ જેઓ એકજ સફાઈમાં છે પણ જેઓને બન્ને દિશાએ ગમે તેટલી વધારીએ તોપણ કદી મળે નહીં.

સ્વીકૃત પક્ષો (Postulates પૉશ્ચ્યુલેઇટસ)

૧ એવું સ્વીકારેલું છે, કે કોઈ પણ એક બિંદુથી કોઈ પણ બીજા બિંદુ સુધી, એક સીધી લીટી દોરી શકાય છે.

૨ એવું સ્વીકારેલું છે, કે અંતવાન સીધી લીટી ગમે તેટલી લંબાઇ સુધી, એક સીધી લીંટીમાં વધારી શકાયછે.

૩ એવું સ્વીકારેલું છે, કે કોઈ મધ્યબિંદુ ધારીને તે બિંદુથી કોઇ પણ અંતરે એક ગોળ કરી શકાય છે. (હરકોઈ સ્થળે બિંદુ લેવાની છૂટ છે.)

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ (Axioms ઍક્શિયમ્સ)

૧ જે **પરિમિતો** (થિન્ગ્સ), એકજ પરિમિતની બરાબર છે તેઓ આરસપરસ બરાબર છે

૨ જો **સમપરિમિતો** (ઈક્વલ્સ) ની સાથે **સમપરિમિતો** મેળવ્યાં તો સરવાળા **સમ** થશે. જેમ

	૫	૫
+	૩	૩
	૮	૮

૩ જો **સમપરિમિતોમાંથી સમપરિમિતો** બાદ કર્યાં તો બાકી **સમ** રહેશે. જેમ

−	૫	૫
	૩,	૩
	૨	૨

૪ જો **વિષમ પરિમિતો** (અનઇક્વલ્સ)ની સાથે **સમપરિમિતો** મેળવ્યાં તો સરવાળો **વિષમ** થશે. જેમ $+\frac{૫}{\frac{૧}{૬}}, \frac{૩}{\frac{૧}{૪}}$

૫ જો **વિષમ પરિમિતોમાંથી સમપરિમિતો** બાદ કર્યા તો બાકી **વિષમ** રહેશે. જેમ $\frac{૫}{\frac{-૧}{૪}}; \frac{૩}{\frac{૧}{૨}}$

૬ એકજ અથવા બરાબર પરિમિતોની બમણાઇઓ બરાબર છે.

૭ એકજ અથવા બરાબર પરિમિતોનાં અર્ધા બરાબર છે.

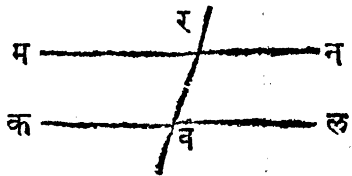
૮ જે **પરિમિતો** (મૅગ્નિટયુડ્સ) અરસ્પરસ મળી જાય છે અથવા એકજ અવકાશમાં બરાબર માઇ રહેછે, તેઓ બરાબર છે.

૯ આખું તેના ભાગ કરતાં મોટું છે.

૧૦ બે સીધી લીટીઓ **અવકાશ** (સ્પેઇસ) ઘેરી શકતી નથી.

૧૧ સઘળા કાટખૂણા બરાબર હોય છે.

૧૨ જો બે(म न તથા क ल) સીધી લીટીઓને એક (र व) સીધી લીટી એવી રીતે છેદે કે તેની એકજ તરફના માંહેના ખૂણાઓ (मरव) તથા (र व क) નો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછા હોય તો તે ખૂણાઓ તરફ તે બે સીધી લીટીઓને વધારતાં મળશે અને જે તરફના ખૂણાઓનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં વધારે



હશે તે તરફ વધારતાં નહીં મળે. સમાંતર સીધી લીટીઓને બન્ને તરફ ગમે તેટલી વધારીએ તોપણ નહીં મળે, કારણ કે તેના એકજ તરફના બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર હોય છે.

ભૂમિતિમાં વપરાતા કેટલાક કઠણુ શબ્દોની વ્યાખ્યા.

૧ **સ્વીકૃતપક્ષ**—તેજ કે જેમાં કૃત્ય પ્રતિજ્ઞાઓનું સાધન સ્વીકારેલું છે (આકૃતિ રચના કરવામાં સ્વીકૃત પક્ષની જરૂર પડેછે. સ્વીકૃતપક્ષ તે આપેલો અખ્તિઆર છે. તેનો સંબંધ કૃત્ય પ્રતિજ્ઞા સાથે છે.)

૨ **પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ**—તેજ કે જેમાં પ્રમેય પ્રતિજ્ઞાની સત્યતા સિદ્ધતા વિના કબૂલ રાખેલી છે. (સિદ્ધતા કરતી વખતે તેની જરૂર પડે છે. તેનો સંબંધ પ્રમેય પ્રતિજ્ઞા સાથે છે, તેનો ટુંકો અર્થ એ કે ઉઘાડી વાત.)

૩ પ્રતિજ્ઞા (પ્રૉપોઝિશન)—તેજ કે ભૂમિતિમાં વિચાર કરવાથી જે પરિણામો નીકળેછે તે. (તેના બે પ્રકાર છે. ૧ કૃત્ય, ૨ પ્રમેય.)

૪ કૃત્ય (પ્રૉબ્લેમ)—તેજ કે માગેલી બાબત કાંઇ પણ કરવાથી આવે. (એ પ્રમાણે કરવાથી એટલે સાધનથી માગેલું પરિણામ બરાબર આવે છે કે નહીં તે સિદ્ધ કરવાનું કૃત્યમાં હોય છે.)

૫ પ્રમેય (થીઑરેમ)—તેજ કે જેમાં તત્વની સત્યતા કહેલીજ હોય છે. (એટલે માગેલી વાત આપેલી હોય છે, તે ખરી છે એમ સિદ્ધ કરી બતાવવાનું પ્રમેયમાં હોય છે.)

૬ સાધન (ડેમૉન્સ્ટ્રેશન)—તેજ કે કૃત્ય પ્રતિજ્ઞામાં જે માગેલું હોય તે કર્કટ કે આંકણીની મદદથી શી રીતે થઇ શકે છે તે કરી બતાવવું. (એટલે કૃત્ય પ્રતિજ્ઞામાં જે આકૃતિ રચના કરવામાં આવેછે તે કૃત્યનું સાધન છે.)

૭ સિદ્ધતા (પ્રુફ)—તેજકે કૃત્ય પ્રતિજ્ઞામાં સાધનમાં દેખાડેલી

રીતથી માગેલું પરિણામ બરાબર નીકળે છે કે નહીં તે સિદ્ધ કરી બતાવવું. અને પ્રમેય પ્રતિજ્ઞામાં માગેલી સત્યતા, પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ, વ્યાખ્યાઓ, કે તેની પહેલાંની પ્રતિજ્ઞામાંથી કેવી રીતે નીકળી શકે છે તે બતાવવું તેને સિદ્ધતા કહે છે. [સિદ્ધતા કૃત્ય અને પ્રમેય બંનેમાં હોય છે.]

૮ આકૃતિ રચના [કનસ્ટ્રકશન] તેજ કે પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરવા સારૂ જેટલી લીટીઓ કે ખુણા આપેલા હોય તે કરતાં વધારે લીટીઓ કે ખુણા કરવા પડે તેને આકૃતિ રચના કહે છે.

૯ ઉપન્યાસ [હાઇપોથીસિસ]—તેજકે પ્રતિજ્ઞામાં જે જે સરત અગાઉથી આપેલી હોય તે.

૧૦ અનુમાન (કનકલુઝન)—તેજકે પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી સહેજ નીકળે છે.

૧૧ પૂર્વ સિદ્ધાંત—તેજકે કોઈ વધારે અગત્યની પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરવાને માટેજ લખેલી પ્રતિજ્ઞાઓ.

૧૨ સરૂપ સ્થિતિ—તેજકે એકજ દિશામાં અને જેવી સ્થિતિમાં હોય, તેજ પ્રમાણે બીજી તે દિશામાં ને તેવી સ્થિતિમાં હોય તે.

૧૩ સીમાવાસી—એકજ તરફની હદ કરનારી બાજુ [આ વ્યાખ્યા સરૂપસ્થિતિના જેવી છે.]

ભૂમિતિમાં પ્રતિજ્ઞા લખતાં ધ્યાનમાં રાખવાના નિયમો.

૧ કૃત્ય પ્રતિજ્ઞા લખવામાં ચાર ભાગ પાડવા. પહેલો પ્રતિજ્ઞાનું નામ અને જાત, બીજો પ્રતિજ્ઞાનું મથાળું, ત્રીજો સાધન ને

ચોથો સિદ્ધતા.

૨ પ્રમેય પ્રતિજ્ઞાગમાં ત્રણ ભાગ પાડવા એટલે તેમાં સાધન ન લખવું બાકી કૃત્યના જેવા.

૩ પ્રમેય પ્રતિજ્ઞાગમાં આકૃતિ રચના કરવાની હોતી નથી. પણ ચોથી અને આઠમી પ્રતિજ્ઞા સિવાય બીજી પ્રમેય પ્રતિજ્ઞાઓમાં ઘણું કરીને કરવી પડે છે પણ તે સાધનમાં ગણાય નહીં માટે મથાળું લખી રહ્યા પછી કલમ પાડીને એવી આકૃતિ રચના કરવી. તે થઇ રહ્યા પછી વચ્ચે 'સિદ્ધતા' એમ લખીને સિદ્ધતા લખવી.

૪ લખતી વખતે સીધી લીટી, બિંદુ, ત્રિકોણ, ચોરસ, ગોળ, વગેરે જે જે આકારનાં નામ આવે તે અક્ષર વગર લખાય નહીં, માટે દરેક ઠેકાણે તે આકારોનાં નામ કૌંસમાં બાળબોધ અક્ષરે લખવાંજ જોઈએ. બિંદુનું નામ એક અક્ષરથી લખવું. લીટીનું નામ તેના બે છેડાના અક્ષરથી લખવું. ખૂણાનું નામ ત્રણ અક્ષરથી લખવું —તેમાં ખુણાનો અક્ષર વચમાં રાખવો. કોઇ ખુણાના ભાગ થવાના ન હોય તો એક અક્ષરથી તે ખૂણાનું નામ લખ્યું હોય તોપણ ચાલે. ત્રિકોણનું નામ ત્રણ ખૂણાના અક્ષરથી લખવું. ચોખુણનું નામ ચાર અગર સામસામેના બે અક્ષરથી લખવું અને બહુ ખુણનું જેટલા ખુણા હોય તેટલા અક્ષરથી નામ લખવું.

૫ ત્રિકોણ, ચોખૂણ, પંચખૂણ, વગેરે આકૃતિની હદ કરનાર લીટીઓ બાજુ કહેવાય છે. બીજી લીટીઓ બાજુ કહેવાય નહિ.

૬ ત્રિજ્યા (રેડિઆસ)નું નામ બે અક્ષરથી લખવું. પણ તેમાં ગોળના મધ્યબિંદુ માટે જે અક્ષર હોય તે અક્ષર પહેલો લેવો. ગોળનું નામ ત્રણ અક્ષરથી લખવું. તેમાં પહેલો અક્ષર જે ઠેકાણેથી

(ત્રિજ્યાને બીજે છેડેથી) આરંભ કર્યો હોય તે અક્ષર પહેલો લેવો. બીજા અક્ષરો એવી રીતે લેવા કે એ પ્રતિજ્ઞાની બીજી આકૃતિ રચના કરવામાં કામ લાગે.

૭ આકૃતિ રચના કરવામાં જે જે લીટીઓ કે ખુણાઓ કરવા પડે તે કયા સ્વીકૃત પક્ષ પ્રમાણે કે પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે તે અવશ્ય લખવું જોઇએ.

૮ પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરવામાં જે જે અક્ષરો લેવા પડે તથા પ્રમાણો આપવાં પડે તે બધાં કૌંસમાં બાળબોધ અક્ષરે લખવાં.

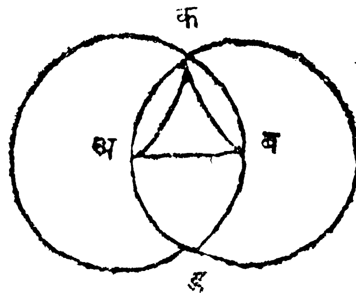
૯ એકજ પ્રતિજ્ઞામાં એકનો એક અક્ષર એક કરતાં વધારે ઠેકાણે લેવો નહિ.

૧૦ વાક્યને શોભાવવા માટે હવે, તો, માટે, કેમકે, અને વગેરે અવ્યયો જરૂર જણાય તેમ વાપરવાની ભૂમિતિમાં જરૂર છે.

પ્રતિજ્ઞા ૧લી, કૃત્ય.

કોઇ કહેલી (अब) અંતવાન સીધી લીટી ઉપર એક સમ બાજુ ત્રિકોણ કરવાનું.

આ (अब) એક અંતવાન સીધી લીટી આપેલી છે, તેના ઉપર સમ બાજુ ત્રિકોણ કરવો છે.



સાધન.

આ (अ) મધ્ય બિંદુ ધારી આ (अब) ત્રિજ્યાએ ત્રીજા સ્વીકૃ. પ્ર. આ (व ड क) ગોળ દોર્યો, અને આ (ब) મધ્ય બિંદુ ધારી આ (ब अ) ત્રિજ્યાએ ત્રીજા સ્વીકૃ. પ્ર. આ (अ ड क) ગોળ દોર્યો. આ (अ) તથા આ (क) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃ.પ્ર. સાંધ્યાં અને આ (ब) તથા આ (क) બિંદુઓને પણ ૧ લા સ્વીકૃ. પ્ર. સાંધ્યાં, તો આ આપેલી (अ ब) અંતવાન સીધી લીટી ઉપર જે સમ બાજુ ત્રિકોણ કરવાનો હતો તે આ (अ ब क) થશે.

સિદ્ધતા.

આ (बडक) ગોળની આ (अब) તથા આ (अक) ત્રિજ્યાઓ છે માટે ૧૫ મી વ્યા. પ્ર. બરાબર અને આ (अ ड क) ગોળની આ (ब अ) તથા આ (ब क) ત્રિજ્યાઓ છે માટે ૧૫ મી વ્યા. પ્ર. બરાબર એટલે આ (अ ब) ની બરાબર આ (अ क) તથા આ (ब क) થઇ માટે તે ત્રણે ૧ લા પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર. અને જ્યારે એ ત્રણે બરાબર છે તો ૨૪ મી વ્યા. પ્ર. એ સમબાજુ ત્રિકોણ થયો એ સિદ્ધ. એટલે આપણે આ (अ ब) અંતવાન સીધી લીટી ઉપર જે સમબાજુ ત્રિકોણ કરવાનો હતો તે આ (अ ब क) થ-યો એ સિદ્ધ.



૧ બે ગોળ છેદાવાજ જોઈએ. કારણ કે ગોળ અવકાશ ઘેરે એવી અખંડ લીટી છે. અને આ કૃત્યમાં પ્રત્યેક ગોળનો પરિધ એક બીજાના મધ્ય બિંદુઓમાં થઇને જાય છે. તેથી ગોળનો એક ભાગ

બીજા ગોળની અંદર અને એક ભાગ બહાર રહેવોજ જોઈએ.
છેદાય છે,

૨ બે ગોળ એક બીજાને છેદે તો છેદન બિંદુ બેજ થાય છે. કારણ કે ગોળ એ આવકાશ ઘેરે એવી અખંડ લીટી છે. માટે એક ગોળના પરિધને એક બિંદુ આગળ છેદીને બીજા ગોળનો પરિધ જાય, અને પરિધ પૂર્ણ કરી અસલ જગ્યાએ આવતાં ફરી બીજા ગોળના પરિધને બીજા બિંદુમાં છેદવો પડે. માટે છેદન બિંદુઓ બે થાય છે.

૩ એક અંતવાન સીધીલીટી ઉપર વધારેમાં વધારે બેજ સગબાજુ ત્રિકોણો થઇ શકે, પણ એક બીજાથી વિરૂદ્ધ બાજુએ.

૪ અનિયમિત સીધી લીટી ઉપર સમબાજુ ત્રિકોણ દોરી શકાયજ નહિ, કેમકે તેની લંબાઇની કાંઇ મુકરર હદ નથી.

પ્રતિજ્ઞા ૨ જી કૃત્ય.

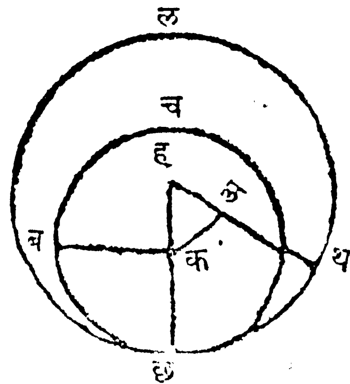
કોઇ કહેલા (अ) બિંદુથી એક કહેલી (कब) અંતવાન સીધી લીટીની બરાબર એક સીધી લીટી દોરવાનું.

આ (अ) એક બિંદુ આપેલું છે, ત્યાંથી આ (क ब) લીટીની બરાબર એક સીધી લીટી દોરવી છે,



સાધન.

આ આપેલા (अ) બિંદુને આ આપેલી (क ब) લીટીના આ (क) છેડા બિંદુ સાથે પહેલા સ્વીકૃ. પ્ર. સાંધ્યું, અને આ (अक) સાંધનારી લીટી ઉપર પહેલી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (हकअ) સમબાજુ ત્રિકોણ કર્યો. આપેલી લીટીના સાંધેલા છેડાના આ (क) બિંદુને મધ્ય બિંદુ ધારી આ આપેલી (कब) લીટીને ત્રિજ્યા ગણી ત્રીજા સ્વીકૃ. પ્ર. આ (ब च छ) ગોળ દોર્યો. આપેલા બિંદુની સામેની આ [ह क] બાજુને ગોળના પરિધને મળતાં સુધી બીજા સ્વીકૃ. પ્ર. વધારી. હવે આ [ह] બિંદુને મધ્ય બિંદુ ધારી આટલી (हछ) ત્રિજ્યાએ ત્રીજા સ્વીકૃ. પ્ર. આ (छ ल थ) ગોળ દોર્યો, આ (ह अ) બાજુને મોટા ગોળના પરિધને મળતાં સુધી આ (अ) આપેલા બિંદુથી બીજા સ્વીકૃ. પ્ર. વધારી તો આ (क ब) અંતવાન સીધી લીટીના બરાબર આ (अ) બિંદુથી જે લીટી દોરવી હતી તે આ (अ थ) થશે.



સિદ્ધતા.

આ (छ ल थ) મોટા ગોળની આ (ह छ) તથા આ (ह थ)

ત્રિજ્યાઓ છે માટે ૧૫મી વ્યાખ્યા પ્ર. બરાબર. અને આ (हकअ) સમબાજુ ત્રિકોણની આ (ह क) તથા આ (ह अ) બાજુઓ છે, માટે તે ૨૪ મી વ્યાખ્યા પ્ર. બરાબર, હવે આ [ह छ] તથા આ (ह थ) બરાબર બાજુઓમાંથી અનુક્રમે આ (ह क) તથા આ (ह अ) બાદ કરી તો ત્રીજા પ્રસ. પ્ર. આ (क छ) તથા આ (अ थ) બાજુઓ બરાબર રહી. હવે આ (ब च छ) નાના ગોળની આ (क ब) તથા આ (कछ) ત્રિજ્યાઓ છે, માટે ૧૫ મી વ્યા. પ્રમાણે બરાબર. એટલે આ (क छ) ની બરાબર આ (क ब) તથા આ [अ थ] થઈ તો ૧ લા પ્રત્ય. પ્ર. આ (कब) તથા આ (अथ) બરાબર. અને આ (अथ) તે આપેલા બિંદુથી દોરેલી છે માટે આ (क ब) આપેલી લીટીની બરાબર આ [अ] આપેલા બિંદુથી જે લીટી દોરવાની હતી તે આ (अथ) દોરાઈ એ સિદ્ધ.

---

૧ આપેલું બિંદુ ત્રણ રીતે આપી શકાય. ૧ લું લીટીની અંદર, બીજું લીટીને છેડે, ત્રીજું લીટીથી દૂર.

૨ જો લીટીની અંદરજ બિંદુ આપેલું હોય તો, તે બિંદુ અને આપેલી લીટીના બે માંહેના કોઈ પણ છેડા બિંદુ વચેની લીટી ઉપર સમ બાજુ ત્રિકોણ કરવો. પછી લીટીના જે છેડા બિંદુને કામમાં લીધું હોય, તેને મધ્ય બિંદુધારી આપેલી લીટીને ત્રિજ્યા ગણી ગોળ કરવો. પછી બિંદુ દૂર આપેલ હોય તેની ૪-૫-૬ કલમ મુજબ કરવું.

૩ જો બિંદુ લીટીને છેડે આપ્યું હોય તો તેને મધ્ય બિંદુ ધારી ,આપેલી લીટીને ત્રિજ્યા ગણી ગોળ કરવો. અને પરિઘને મળતા સુધી આપેલા બિંદુથી બીજા સ્વીકૃ. પ્ર. એક લીટી દોરવી

તે લીટી દોરવાની લીટી થશે.

૪ જો બિંદુ દૂર આપેલું હોય તો નીચે મુજબ કરવું.

૧ કહેલા બીંદુને કહેલી લીટીના કોઇ પણ છેડા બિંદુ સાથે સાં.

૨ સાંધનારી લીટી ઉપર કોઇ પણ બાજુએ એક સમ બાજુ ત્રિકોણ કરવો.

૩ કહેલી સીધી લીટીના સંધાએલા છેડાને મધ્ય બિંદુધારી કહેલી લીટીને ત્રિજ્યા ગણી એક ગોળ દોરવો.

૪ સમબાજુ ત્રિકોણની જે બાજુ આપેલા બિંદુને સામે હોય તેને ગોળના પરિઘ સુધી ગોળના મધ્ય બિંદુમાં થઈને જાય એવી રીતે વધારવી.

૫ સમબાજુ ત્રિકોણનું જે શિરોબિંદુ સાંધનારી લીટીની સામે છે તેને મધ્ય બિંદુધારી વધારેલી બાજુને ત્રિજ્યા ગણી એક મોટો ગોળ દોરવો.

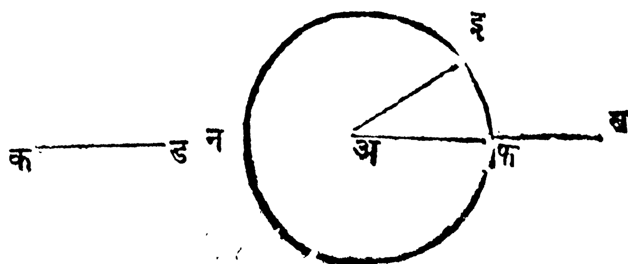
૬ સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુને કહેલા બિંદુમાં થઇને જાય, એવી રીતે મોટા ગોળના પરિઘ સુધી વધારવી તે દોરવાની લીટી થશે.

પ્રતિજ્ઞા ૩ જી કૃત્ય.

બે કહેલી સીધી લીટીઓમાં મોટી (अब) માંથી નાની (कड) ની બરાબર એક ભાગ કાપવાનું.

આ પ્રતિજ્ઞામાં આ (अब) મોટી અને આ (कड) નાની એ

વીજેલીટીઓ આપેલી છે. તેમાં મોટામાંથી નાનીની બરાબર ભાગ કાપવો એ કરવાનું છે.



સાધન.

આ (अब) મોટી લીટીના આ (अ) બિંદુથી આ (कड) નાની લીટીની બરાબર બીજી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अइ) લીટી દોરી. હાવે આ (अ) ને મધ્યબિંદુ ધારી આટલી (अइ) ત્રિજ્યા એ ત્રીજા-સ્વીકૃત પ્ર. આ (इफन) ગોળ દોર્યો તો આ મોટી (अब) નો આ (अफ) ભાગ તે આ (कड) નાનીની બરાબર થશે.

સિદ્ધતા.

આ (इफन) ગોળની આ (अइ) તથા આ (अफ) ત્રિજ્યાઓ છે, માટે ૧૫ મી વ્યા. પ્ર. બરાબર. અને આ (अइ) તે આ (कड) નાનીની બરાબર બીજી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે દોરી છે. માટે આ (अइ) તથા આ (अफ) તથા આ (कड) એ ત્રણે ૧ લા પ્રત્યક્ષ પ્ર. બરાબર, એટલે આ (कड) નાનીની બરાબર (अब) મોટીમાંથી આ (अफ) ભાગ કપાયો એ સિદ્ધ.

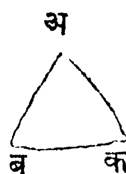
---

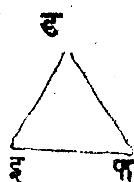
૧ મોટીની બરાબર નાનીને કરવી હોય તો નાની લીટીને વધારવાથી થઈ શકે છે.



પ્રતિજ્ઞા ૪ થી. પ્રમેય.

જો (अबक તથા डइफ) બે ત્રિકોણમાં એક (अबक) ત્રિકોણની બે (अब તથા अक) બાજુઓ અનુક્રમે બીજા (डइफ) ત્રિકોણની (डइ તથા डफ) બે બાજુઓની બરાબર હોય અને તે બરાબર બાજુ વચ્ચેના (अ તથા ड) અંતર ખૂણા પણ બરાબર હોય તો પાયા (बक તથા इफ) અથવા બાકીની બાજુઓ બરાબર થશે. વળી એક (अबक) ત્રિકોણના પાયા આગળના ખૂણાઓ (ब તથા क) અનુક્રમે બીજા (डइफ) ત્રિકોણના પાયા આગળના ખૂણાઓ (इ તથા





फ) જેઓ બરાબર બાજુઓની સામે છે તેઓ પણ બરાબર થશે અને તે બન્ને ત્રિકોણો પણ સરખા થશે.

સિદ્ધતા.

આ (डइफ) ત્રિકોણને ઉપાડીને આ (अबक) ત્રિકોણ ઉપર એવી રીતે મૂકયે કે આ (ड) શીરોબિંદુ તે આ (अ) શીરોબિંદુ ઉપર પડે અને આ (डइ) બાજુ તે તેની બરાબરની આ (अब) બાજુ ઉપર પડે અને આ (डफ) તથા આ (अक) બરાબર બાજુઓ તેની એકજ તરફ પડે એવી રીતે ઉપાડીને આ (डइफ) ત્રિકોણને આ (अबक) ત્રિકોણ ઉપર મૂકયે.

હવે આ (ड) બિંદુ તે આ (अ) બિંદુ ઉપર પડે છે અને આ (डइ) બાજુ તે આ (अब) બાજુ ઉપર પડે છે અને તે બા-

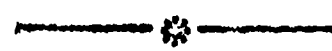
જુઓ બરાબર આપેલી છે તેથી આ (ई) બિંદુ તે આ (ब) બિંદુ સાથે મળી જવું જોઇએ. જો ન મળે તો બાજુઓ બરાબર કહેવાય નહીં. હવે આ (ड) બિંદુ તે આ (अ) બિંદુ ઉપર પડે છે અને આ (डफ) તથા આ (अक) બાજુઓ એકજ તરફ પડે છે, અને આ (अ) તથા આ (ड) ખૂણા બરાબર આપેલા છે તો આ (डफ) બાજુ તે આ (अक) બાજુ ઉપરજ પડવી જોઈએ. જો ન પડે તો ખૂણા બરાબર કહેવાય નહીં. જો ત્રિકોણની અંદર પડે તો ખુણો નાનો થાય અને બહાર પડે તો મોટો થાય; માટે (डफ) તે (अक) ઉપરજ પડવી જોઇએ. હવે આ (ड) બિંદુ તે આ (अ) બિંદુ ઉપર પડે છે અને આ (ड फ) બાજુ તે આ (अ क) બાજુ ઉપર પડે છે અને તે બરાબર આપેલી છે, તો આ (फ) બિંદુ તે આ (क) બિંદુ સાથે મળી જવું જોઇએ. જો ન મળે તો બાજુઓ બરાબર કહેવાય નહીં.

હવે આ (ई) બિંદુ તે આ (ब) બિંદુ સાથે મળી જાય છે અને આ (फ) બિંદુ તે આ (क) બિંદુ સાથે મળી જાય છે તો આ (इफ) પાયો તે આ (बक) પાયા સાથે મળી જવો જોઇએ. જો ન મળે તો ૧૦ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. થી ઉલટું થાય અને જ્યારે મળી જાય છે ત્યારે ૮ મા પ્રત્ય. પ્ર. બરાબર છે એટલે પાયા બરાબર કરવાના હતા તે થયા.

હવે આ (इड) તથા આ (इफ) બાજુઓ અનુક્રમે આ (बअ) તથા આ (बक) બાજુ સાથે મળી જાય છે, તો ૮ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (ई). ખૂણો તે આ (ब) ખૂણાની બરાબર. એજ પ્રમાણે આ (फ) ખૂણો તે આ (क) ખૂણાની બરાબર એટલે પાયા પાસેના

ખૂણા બરાબર કરવાના હતા તે પણ થયા.

હવે આ (डइफ) ત્રિકોણની આ (डइ तथा આ (इफ) તથા આ (फड) બાજુઓ અનુક્રમે આ (अबक) ત્રિકોણની આ (अब) તથા (बक) તથા આ (कअ) બાજુઓની સાથે ગળી ગઈ તો ૮ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (डइफ) આખો ત્રિકોણ તે આ (अबक) આખા ત્રિકોણની બરાબર થયો એ સિદ્ધ.

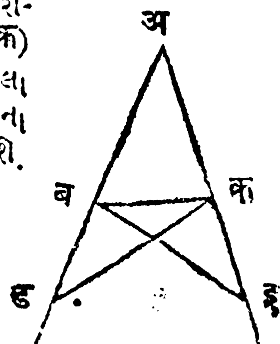


૧ ત્રિકોણને ઉપાડીને બીજા ત્રિકોણ ઉપર મૂકવો એ સ્થાનાપત્તીની રીત છે. આ પ્રતિજ્ઞાથી ૨૬ મી પ્રતિજ્ઞા ઉલટી છે.



પ્રતિજ્ઞા ૫ મી. પ્રમેય.

એક (अबक) સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણની બરાબર બાજુઓની સામેના (अबक तथा अकब) ખુણાઓ બરાબર થશે, અને બરાબર બાજુને ત્રીજી (बक) બાજુના છેડાની પાર વધારીએ તો વધારેલા ભાગો અને ત્રીજી બાજુથી થયેલા બાહારના ખૂણા (कबड तथा इकब) પણ બરાબર થશે.



આ પ્રતિજ્ઞામાં ત્રિકોણની બે બાજુઓ બરાબર આપેલી છે.

અને તે ઉપરથી તે બાજુઓની સામેના ખૂણા અને બહારના ખૂણા બરાબર થાય તે સિદ્ધ કરવું છે.

સિદ્ધતા.

આ (अब) તથા આ (अक) બાજુઓને ત્રીજી બાજુના છેડાની પાર બીજા સ્વીકૃત. પ્ર. વધારી, એ વધારેલા ભાગમાં આ (ड) બિંદુ લીધું. હવે આ (अड)ની બરાબર વધારેલી લીટીમાંથી ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (अइ) કાપી. આ (ब) તથા આ (इ) બિંદુઓને તેમજ આ (क) તથા આ (ड) બિંદુઓને પણ પહેલા સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યાં, તો આ (अबइ) તથા આ (अकड) ત્રિકોણો થયા.

હવે આ(अबइ) ત્રિકોણની આ (अइ) બાજુ તે આ (अडक) ત્રિકોણની આ (अड) બાજુની બરાબર કાપીને રાખીછે, અને આ (अब) બાજુ તે આ (अ क) બાજુની બરાબર આપેલી છે, કેમકે સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ છે; તેથી એ બે બાજુઓ ૨૫ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે બરાબર અને આ (अ) ખૂણો બંને ત્રિકોણમાં સામાન્ય. તેથી ચોથી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (अबइ) ત્રિકોણના આ (अबइ) તથા આ (इ) ખૂણા તે અનુક્રમે આ (अडक) ત્રિકોણના આ (डकअ) તથા આ (ड) ખૂણાની બરાબર અને આ (डक) પાયો તે આ (बइ) પાયાની બરાબર.

હવે આ (अड) તથા આ (अइ) બરાબર બાજુઓમાંથી આ (अब) તથા આ (अक) સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણની બરાબર બાજુઓ બાદ કરી તો ૩ જા પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (बड) તથા આ(कइ) બાજુઓ બરાબર રહી.

હવે આ (बडक) તથા આ (बइक) ત્રિકોણો લીધા, તો આ

(बडक) ત્રિકોણની આ (बड) તથા આ (डक) બાજુ તે અનુક્રમે આ (वइक) ત્રિકોણની આ (कइ) તથા આ (बइ) બાજુની બરાબર કરી ગયા, અને આ (ड) ખૂણો તે આ (इ) ખૂણાની બરાબર પણ કરી ગયા; તેથી ૪થી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (बडक) ત્રિકોણનો આ (कवड) ખૂણો તે આ (बइक) ત્રિકોણના આ (इकव) ખૂણાની બરાબર (એટલે બહારના ખૂણા બરાબર કરવાના હતા તે આ થયા.) અને આ (डकब) ખૂણો તે આ (कबइ) ખૂણાની બરાબર.

હવે આ (अबइ) તથા આ (डकअ) ખૂણા આગળ બરાબર કરી ગયા છીએ, તેમાંથી અનુક્રમે આ (कवइ) તથા આ (डकब) બરાબર ખૂણા બાદ કર્યા, તો ૩જા પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (अकब) તથા આ (अबक) અંદરના ખૂણા પણ બરાબર થયા એ સિદ્ધ.

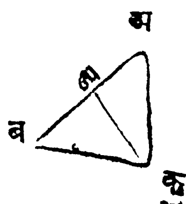
પ્રતિજ્ઞા ૬ ઠી. પ્રમેય.

જો એક (अबक) ત્રિકોણના (ब તથા क) બે ખૂણા બરાબર હોય તો, તેઓની સામેની (अक તથા अब) બાજુઓ બરાબર થશે.

આમાં બે ખૂણા બરાબર આપેલાછે, તે ઉપરથી બે બાજુઓ બરાબર કરવાની છે.

સિદ્ધતા.

આ (अब) તથા આ (अक) બાજુઓ બરાબરછે, જો ન હોયતો ધારો કે આ (अब) મોટી છે, હવે આ મોટી (अब) બાજુમાંથી આ (अक) નાની બાજુની બરાબર આ (ब) બિંદુથી આટલી (बड) ૩જી પ્રતજ્ઞા પ્ર. કાપી અને આ (क) તથા



આ (ड) બિંદુઓને ૧લા સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યાં. તો આ (अबक) તથા આ (डबक) એવા બે ત્રિકોણો થયા. હવે આ (अ ब क) મોટા ત્રિકોણની આ (अक) બાજુ તે આ નાના (डबक) ત્રિકોણની આ (अक) બાજુની બરાબર કાપીને રાખીછે, અને આ (बक) બાજુ બંનેમાં સામાન્યછે તથા આ (ब) અને આ (क) ખૂણા બરાબર આપેલાછે, તો ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अबक) ત્રિકોણ તે આ (डबक) ત્રિકોણની બરાબર. હવે આ (अबक) ત્રિકોણનો આ (ड बक) ત્રિકોણ ભાગછે અને તેની બરાબર થાય એ ૯મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. થી ઉલટું. માટે આ (अब) બાજુ આ (अक) બાજુ કરતાં મોટી નથી, તેવીજ રીતે આ (अक) બાજુ તે આ (अब) બાજુ કરતાં પણ મોટી નથી, એટલે એ બેમાંથી એકે જ્યારે મોટી નથી, ત્યારે બરાબર છે એ સિદ્ધ.



૧. આ પ્રતિજ્ઞાની આકૃતિ રચનામાં મોટીમાંથી નાની બાજુની બરાબર જે ભાગ કાપવો, તે બરાબર આપેલા ખૂણાના શિરો બિંદુથી કાપવો જોઈએ.

૨. જો બરાબર ખૂણાના શિરો બિંદુથી નાનીની બરાબર મોટીમાંથી ભાગ ન કાપીએ, અને બીજા છેડાથી ગણીને કાપીએ, તોપણ સિદ્ધ તો થઈ શકે, પરંતુ તેમાં ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞાનો ઉપયોગ કરવો પડે.

૩. જો નાની બાજુને મોટી બાજુની બરાબર આપેલા બરાબર ખૂણાના શિરો બિંદુમાં થઈને વધારીને સિદ્ધ કરીએ, તોપણ થઈ શકે છે પરંતુ તેમાં પણ ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞાનો ઉપયોગ કરવો પડે.

૪ આ પ્રતિજ્ઞા ૫ મી પ્રતિજ્ઞાથી ઉલટી છે, એટલે પાંચમી

પ્રતિજ્ઞામાં બરાબર બાજુઓ આપેલી છે, તે ઉપરથી બરાબર ખૂણા સિદ્ધ કર્યા, અને આમાં બરાબર ખૂણા આપેલા છે, તે ઉપરથી બરાબર બાજુઓ સિદ્ધ કરેલી છે.

પ્રતિજ્ઞા ૭મી. પ્રમેય.

એકજ (अब) સીધી લીટી ઉપર, અને તેની એકજ બાજુ તરફ જેની સીમાવાસી બાજુઓ (अक તે अड ની બરાબર અને बक તે बड ની) બરાબર થાય એવા બે ત્રિકોણો દોરી શકાતા નથી.

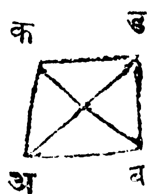
આ પ્રતિજ્ઞામાં એક સીધી લીટી આપેલી છે, તેના ઉપર એકજ તરફ બે સરખા ત્રિકોણો કરી શકાતા નથી એ સિદ્ધ કરવું છે.

સિદ્ધતા.

ધારો કે આ (अबक) તથા આ (अबड) સરખા ત્રિકોણો-નાં શિરો બિંદુઓ બહાર પડે છે તેવા બે ત્રિકોણો એકજ તરફ કરી શકાય છે.

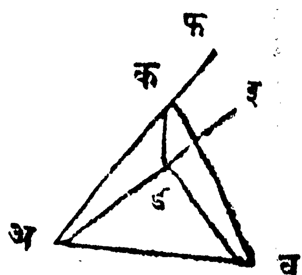
હવે આ (क) તથા આ (ड) શિરો બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યાં, તો એક આ (अडक) ત્રિકોણ થયો, અને એક આ (बडक) ત્રિકોણ થયો. આ (अडक) ત્રિકોણની આ (अक) તથા આ (अड) બાજુઓ ઉપન્યાસ પ્રમાણે બરાબર છે, તો ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अडक) ખૂણો તે આ (डकअ) ખૂણાની બરાબર. હવે આ (बकड) ખૂણા કરતાં આ (डकअ) ખૂણો લ્મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. મોટો, અને આ (अडक) ખૂણો તે આ (डकअ) ખૂણાની બરાબર કરી ગયા, તો આ (बकड) ખૂણા કરતાં આ (अडक)

ખૂણો પણ મોટો. તેમજ આ (अडक) ખૂણા કરતાં આ (बडक) ખૂણો પણ ૯ મા પ્રત્ય. પ્ર. મોટો. હવે આ (बकड) ખૂણા કરતાં આ (अडक) ખૂણો મોટો અને આ (अडक) ખૂણા કરતાં આ (बडक) ખૂણો મોટો તો આ (बकड) ખૂણા કરતાં આ (बडक) ખૂણો ઘણોજ મોટો.



હવે આ (बडक) ત્રિકોણની આ (बक) તથા આ (बड) બાજુઓ ઉપન્યાસ પ્રમાણે બરાબર છે, તો ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (बकड) તથા આ (बडक) ખૂણા બરાબર. હમણા આ પણ કરી ગયા કે આ (बकड) ખૂણા કરતાં આ (बडक) ખૂણો ઘણો મોટો અને આ વખતે બરાબર થાય છે એ દેખીતુંજ અસંભવિત છે, માટે આવી રીતે બે ત્રિકોણો દોરી શકાતા નથી એ સિદ્ધ.

બીજું ધારો કે એક ત્રિકોણનું શિરો બિંદુ બીજા ત્રિકોણની અંદર પડે છે એવા બે બરાબર ત્રિકોણો કરી શકાયછે. આ (अड) તથા આ (अक) બાજુઓને બીજા સ્વીકૃત પ્ર. વધારી અને આ (ड) તથા આ (क) બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યાં, તો આ (अडक) ત્રિકોણ થયો. તેની આ (अक) તથા આ (अड) બાજુઓ



ઉપન્યાસ પ્રમાણે બરાબરછે, તો ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (फकड) તથા આ (कडइ) બહારના ખૂણા બરાબર. હવે આ (बकड)

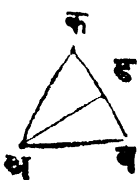
ખૂણા કરતાં આ (फकाड) ખૂણો ૯ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. મોટો અને આ (फकाड) તથા આ (काडइ) ખૂણા આપણે બરાબર કરી ગયા, તો આ (बकड) ખૂણા કરતાં આ (कडइ) ખૂણો પણ મોટો.

તેમજ આ (कडइ) ખૂણા કરતાં આ (कडब) ખૂણો ૯ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. મોટો અને આ (बकाड) ખૂણા કરતાં આ (कडइ) ખૂણો મોટો કરી ગયા, તો આ (बकाड) ખૂણા કરતાં આ (कडब) ખૂણો ઘણોજ મોટો.

હવે આ (बकड) ત્રિકોણની આ (बड) તથા આ (बक) બાજુઓ ઉપન્યાસ પ્રમાણે બરાબર છે, તો ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (बकड) ખૂણો તે આ (कडब) ખૂણાની બરાબર. આગળ આપણે ઘણો મોટો કરી ગયા, અને હવે બરાબર થાય છે, એ દેખીતુંજ અસંભવિત, માટે શિરોબિંદુ અંદર પડે, એવા પણ સરખા બે ત્રિકોણો એક તરફ દોરી શકાતા નથી.

ત્રીજું ધારો કે એક ત્રિકોણનું શિરોબિંદુ બીજા ત્રિકોણની એક બાજુ ઉપર પડે છે.

હવે જો એવી રીતે પડે તો આ (अबक) ત્રિકોણની આ (बक) બાજુ તે આ (अबड) ત્રિકોણની આ (बड) બાજુની બરાબર ઉપન્યાસ પ્રમાણે કહેવાય, પણ આ (बक) બાજુનો આ (बड) બાજુ ભાગ છે અને તે બરાબર થાય એ ૯ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. થી ઉલટું. માટે એવી રીતે પણ ત્રિકોણો દોરી શકાતા નથી.



---

૧ સીમાવાસી એ શબ્દનો અર્થ એવો છે, કે એક ત્રિકોણ-

ની જેતરફની બાજુ લઇએ તેજ તરફની બીજા ત્રિકોણની બાજુ લેવી જોઈએ; એટલે એકની પૂર્વ તરફની તો બીજાની પણ પૂર્વ તરફનીજ સમજવી.

૨ આ પ્રતિજ્ઞા ઉલટી સિદ્ધતાથી સિદ્ધ થાય છે, કેમકે સીમાવાસી બાજુઓ બરાબર ધારવાથી અસંભવિતપણું સિદ્ધ થાય છે, માટે જેની સીમાવાસી બાજુઓ બરાબર થાય એવા બે ત્રિકોણો એકજ તરફ કદી થઈ શકેજ નહીં.

૩ આ પ્રતિજ્ઞા માત્ર ૮ મી પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરવાના ઉપયોગમાંજ આવે છે.

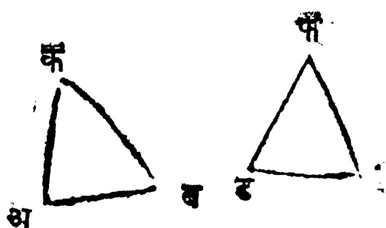
પ્રતિજ્ઞા ૮ મી. પ્રમેય.

જો (अबक તથા डइफ) બે ત્રિકોણમાં એકની બે બાજુઓ (अक તથા बक) અનુક્રમે બીજાની બે બાજુઓ (डफ તથા इफ) ની બરાબર હોય, અને (अब) પાયો પણ (डइ) પાયાની બરાબર હોય, તો બરાબર બાજુથી થયેલ અંતર ખૂણા (अ, ब, क) તે અનુક્રમે (ड, इ, फ) ની બરાબર થશે.

સિદ્ધતા.

આ (डइफ) ત્રિકોણને ઉપાડીને આ (अबक) ત્રિકોણ ઉપર એવી રીતે મૂકયો કે આ (इ) બિંદુ તે આ (ब) બિંદુ ઉપર પડે, અને આ (डइ) પાયો, તે આ (अब) પાયા ઉપર પડે, અને તે

બરાબર છે માટે આ (ड) બિંદુ તે આ (अ) બિંદુ ઉપર પડે, અને ત્રિકોણો બંને એકજ તરફ પડે. એવી રીતે આ (डइफ) ત્રિકોણને ઉપાડીને આ (अबक) ત્રિકોણ ઉપર મૂકયો.



હવે આ પ્રમાણે મૂકવાથી આ (अक) તથા આ (डफ, અને આ (बक) તથા આ (इफ) એ બાજુએ. રીમાવાની થાયછે, અને તે બરાબર છે તો સાતમી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (फ) શિરો બિંદુ તે આ (क) શિરો બિંદુ સાથે મળી જવું જોઈએ, અને આ (डफ) બાજુ તે આ (अक) બાજુ સાથે અને આ (इफ) બાજુ તે આ (बक) બાજુ સાથે પણ મળી જવી જોઇએ.

હવે આ (डइफ) ત્રિકોણની આ (डइ તથા इफ તથા डफ) બાજુઓ અનુક્રમે આ (अबक) ત્રિકોણની આ (अब તથા बक તથા कअ) બાજુઓ સાથે મળી જાયછે, તો ૮ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (ड) ખૂણો તે આ (अ) ખૂણાની બરાબર; અને આ (इ) ખૂણો તે આ (ब) ખૂણાની બરાબર અને આ (फ) ખૂણો તે આ (क) ખૂણાની બરાબર એ સિદ્ધ.

---

૧ સાતમી પ્રતિજ્ઞાના ઉપયોગ સિવાય આ પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરવી હોયતો ત્રિકોણોને વિરૂદ્ધ બાજુ તરફ પાડવા, અને પાંચમી પ્રતિજ્ઞાનો ઉપયોગ કરવો.

૨ આ પ્રતિજ્ઞાનો ઉલટ પક્ષ સિદ્ધ થઈ શકે નહીં, એટલે એક ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાની બરાબર આપેલા હોય, તો બાજુઓ બરાબર થાય અને ન પણ થાય.

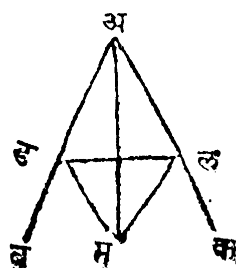
—o—

પ્રતિજ્ઞા ૯ મી. કૃત્ય.

કોઈ કહેલા (बअक) સીધીલીટી ખૂણાને દુભાગવાનું. આ (बअक) એક સીધીલીટી ખૂણો આપેલ છે, તેના બે સરખા ભાગ કરવા છે.

સાધન.

આ (अब) બાજુમાં આ (ड) બિંદુ લીધું, અને આ (अड) ની બરાબર આ (अक) બાજુમાંથી ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अल) કાપી. આ (ड) તથા આ (ल) બિંદુઓને ૧લા સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યા, આ (डल) પાયા ઉપર આપેલા ખૂણાની વિરૂદ્ધ બાજુ તરફ ૧લી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (डलम) સમબાજુ ત્રિકોણ કર્યો. આ (अ) તથા આ (म) બિંદુઓને ૧લા સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યાં, તો આ સાંધનારી (अम) લીટીથી આ (अ) આપેલો ખૂણો દુભાગાશે.



સિદ્ધતા.

આ (अडम) અને આ (अलम) એવા બે ત્રિકોણો લીધા, આ (अडम) ત્રિકોણની આ (अड) બાજુ તે આ (अलम) ત્રિકોણની આ (अल) બાજુની બરાબર આકૃતિ રચના પ્રમાણે, અને આ (डम) બાજુ તે આ (लम) બાજુની બરાબર ૨૪ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે. અને આ (अम) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે, તો ૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (मअड) ખૂણો તે આ (मअल) ખૂણાની બરાબર. એટલે આ (बअक) ખૂણાને જે દુભાગવો હતો તે આ (अम) લી

ટીથી દુભાગ્યો એ સિદ્ધ.

---

૧ સમબાજુ ત્રિકોણ આપેલા ખુણાની વિરૂદ્ધ બાજુ તરફ ન પાડીએ, પણ એકજ તરફ પાડીએ તોપણ સિદ્ધ થઈ શકેછે.

૨ સમબાજુ ત્રિકોણનું શિરોબિંદુ આપેલા ખૂણાની બહાર અગર માંહે પડે, તો પ્રથમ બંનેના શિરોબિંદુઓને સાંધવા. પછી આઠમી પ્રતિજ્ઞાનો ઉપયોગ કરવો.

૩ સમબાજુ ત્રિકોણનું શિરોબિંદુ આપેલા ખૂણાના શિરોબિંદુ ઉપરજ પડે, તો સિદ્ધ થઈ શકે નહીં.

૪ આ પ્રતિજ્ઞાથી ૨, ૪, ૮ વગેરે બેના કોઈ પણ ઘાત જેટલા ખૂણાના ભાગ કરી શકાય છે.

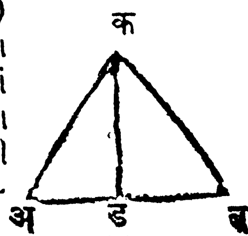
પ્રતિજ્ઞા ૧૦ મી. કૃત્ય.

એક કહેલી (अब) અંતવાન સીધી લીટીને દુભાગવાનું.

આ એક (अब) અંતવાન સીધી લીટી આપેલી છે, તેના બે સરખા ભાગ કરવા છે.

સાધન.

હવે આ (अब) સીધી લીટી ઉપર ૧ લી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अबक) સમબાજુ ત્રિકોણ કર્યો. આ (क) ખૂણાને નવમી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે દુભાગ્યો. આ દુભાગનારી લીટીને આ (अब) ને મળતાં સુધી બીજા સ્વીકૃત. પ્ર. વધારી, તો આ (कड) વધારેલી લીટી આ (अब) આપેલી લીટીના આ (ड) બિંદુ પાસે બે સરખા ભાગ કરશે.



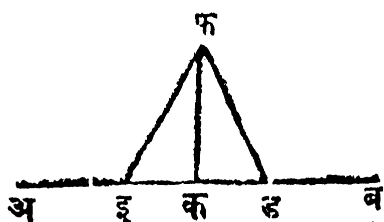
સિદ્ધતા.

આ (अडक) ત્રિકોણની આ (कअ) બાજુ ને આ (बडक) ત્રિકોણની આ (कब) બાજુની બરાબર ૨૪ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે અને આ (कड) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે, અને આ (अकड) ખૂણો તે આ (बकड) ખૂણાની બરાબર નવમી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે, તેથી ચોથી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (अड) બાજુ તે આ (बड) બાજુની બરાબર એટલે આ (अब) લીટીના જે સરખા બે ભાગ કરવાના હતા તે આ (अड તથા बड) થયા એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૧૧ મી. કૃત્ય.

એક (अब) કહેલી સીધી લીટીમાં એક (क) કહેલા બિંદુથી કહેલી લીટી ઉપર લંબ દોરવાનું.

એક આ (अब) સીધી લીટી આપી છે. તેમાં આ (क) બિંદુ આપેલું છે. ત્યાંથી આ (अब) લીટી ઉપર એક લંબ દોરવા છે.



સાધન.

હવે આ (अब) લીટીમાં આ (ड) બિંદુ લીધું, અને આ (कड) ની બરાબર આ (कब) લીટીમાંથી ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આટલી આ (कइ) કાપી. આ (डइ) લીટી ઉપર પેહેલી પ્રતિજ્ઞા પ્ર-

આ(डइफ) સમબાજુ ત્રિકોણ કર્યો, અને આ (क) તથા આ (फ) બિંદુઓને ૧લા સ્વીકૃત. પ્ર. સાંધ્યા, તો સાંધનારી લીટી આ (कफ) તે આ (अब) લીટી ઉપર આ(क) બિંદુથી દોરવાનો લંબ થશે.

સિદ્ધતા.

આ (डकफ) ત્રિકોણની આ (डक) બાજુ તે આ (इकफ) ત્રિકોણની આ (इक) બાજુની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (डफ) બાજુ તે આ (इफ) બાજુની બરાબર ૨૪ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે અને આ (कफ) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય, તેથી આઠમી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (डकफ) તથા આ (इकफ) ખૂણા બરાબર. હવે (अब) લીટી ઉપર આ (फक) લીટી પડે છે, અને આ (डकफ) તથા આ (इकफ) પાસ પાસેના ખૂણા બરાબર છે, તો દશમી વ્યાખ્યા પ્રમાણે આ (कफ) લંબ છે. એટલે આ (अब) લીટી ઉપર આ (क) બિંદુથી જે લંબ દોરવાનો હતો, તે આ (कफ) થયો એ સિદ્ધ છે.

---

૧ આ પ્રતિજ્ઞામાં અંતવાન કે અનિયમિત એવા શબ્દો નહીં લખતાં મોઘમ સીધી લીટી કહેલી છે, તેનું કારણ એ કે અંતવાન અગર અનિયમિત બંને ઉપર લંબ દોરી શકાય છે.

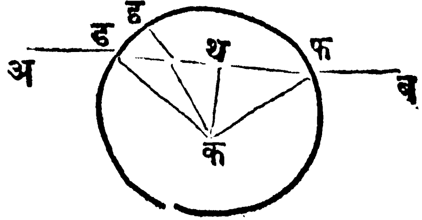
૨ આપેલું બિંદુ જો લીટીના છેડા ઉપરજ આપ્યું હોય તો તે લીટીને બીજા સ્વીકૃત પ્ર. વધારીને પછી સિદ્ધ કરવું.

પ્રતિજ્ઞા ૧૨ મી. કૃત્ય.

કોઈ કહેલી (अब) અનિયમિત સીધી લીટીની બહાર. એક (क) બિંદુ કહેલું છે, ત્યાંથી એક લંબ ઉતારવાનું.

આમાં આ (अब) એક અનિયમિત સીધી લીટી આપી છે;

અને આ (क) એક બિંદુ આપેલું છે. ત્યાંથી આ લીટી પર એક લંબ ઉતારવો છે.



સાધન.

આ (क) બિંદુની સામે આપેલી લીટીની બીજી બાજુએ આ (ह) બિંદુ લીધું, અને આ (क) તથા આ (ह) બિંદુઓને ૧ લા. સ્વીકૃત પ્ર૦ સાંધ્યાં૦ હવે આ (क) બિંદુને મધ્ય બિંદુ ધારી આ (कह) ત્રિજયાએ ૩ જા. સ્વીકૃત પ્ર૦ આ (हडफ) ગોળ કર્યો. આ (क) તથા આ (ड) બિંદુઓને તેમજ આ (फ) તથા આ (क) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃત પ્ર૦ સાંધ્યાં, અને આ (डफ) લીટીને દશમી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (थ) બિંદુ આગળ દુભાગી. આ (थ) તથા આ (क) બિંદુઓને ૧ લા. સ્વીકૃત પ્ર૦ સાંધ્યાં, તો આ(कथ) સાંધનારી લીટી તે ઉતારવાનો લંબ થશે.

સિદ્ધતા.

આ (कथड) ત્રિકોણની આ (कड) બાજુ તે આ (कफथ) ત્રિકોણની આ (कफ) બાજુની બરાબર ૧૫ મી. વ્યાખ્યા પ્રમાણે, અને આ (थड) બાજુને આ (थफ) બાજુની બરાબર દુભાગીને આપણે રાખી છે અને આ (कथ) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે; માટે

આઠમી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (कथड) ખૂણો તે આ (कथफ) ખૂણાની બરાબર. હવે આ (अब) લીટી ઉપર આ (कथ) લીટી પડીને પાસ-પાસેના ખૂણા બરાબર કરે છે, તો આ (कथ) લીટી ૧૦ મી. વ્યાખ્યા પ્રમાણે આ (अब) ઉપર લંબ છે એ સિદ્ધ.

---

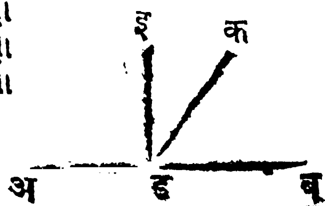
૧ આ પ્રતિજ્ઞામાં અનિયમિત સીધી લીટી આપી છે તેનું કારણ એ કે વખતે આપેલા બિંદુ અને લીધેલા બિંદુ વચ્ચે આપેલી લીટી કરતાં વધારે અંતર હોય તો ગોળ આપેલી લીટીને છેદી શકે નહીં, માટે અનિયમિત આપેલી છે.

૨ આ પ્રતિજ્ઞામાં અગિઆરમી પ્રતિજ્ઞાથી ઉલટી વાત સિદ્ધ કરેલ છે; એટલે અગિઆરમીમાં લંબ ચડાવ્યો છે અને આમાં લંબ ઊતાર્યો છે.

પ્રતિજ્ઞા ૧૩ મી. પ્રમેય.

એક (अब) સીધી લીટી ઉપર બીજી (कड) સીધી લીટી પડીને જે ખૂણા કરે છે તે બે કાટખૂણા થશે, અથવા તેઓનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર થશે.

આ સીધી લીટી (अब) ઉપર આ સીધી લીટી (कड) પડે છે, તો આ (अडक) તથા આ (बडक) ખૂણા જાતે કાટખૂણા છે. જો દરેક કાટખૂણો ન હોય, તો એ બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર છે.



સિદ્ધતા.

હવે જો આ (अब) લીટી ઉપર આ (कड) લીટી લંબ હોય, તો ૧૦ મી. વ્યાખ્યા પ્રમાણે આ (अडक) તથા આ (बडक) ખૂણા જાતે કાટખૂણા છે. જો લંબ નથી તો એ બંને ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર થશે. તે સિદ્ધ કરવા સારૂ આ (ड) બિંદુથી આ (अब) લીટી ઉપર ૧૧ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (डइ) લંબ ચડાવ્યો, અને તે લંબ છે માટે ૧૦ મી. વ્યાખ્યા પ્રમાણે આ (अडइ) ખૂણો ને આ (बडइ) ખૂણો એ બંને કાટખૂણા. હવે આ (बडइ) ખૂણામાંથી આટલો (कडइ) ખૂણો બાદ કર્યો, તો બાકી આ (बडक) રહ્યો. અને આ (कडइ) બાદ કરેલ ખૂણો આ (अडइ) ખૂણાની સાથે મેળવ્યો, તો આ (अडक) ખૂણો થયો. એટલે આ (अडइ) તથા આ (बडइ) ખૂણાના સરવાળાની બરાબર આ (अडक) તથા આ (बडक) ખૂણાનો સરવાળો થયો. અને આ (अडइ) તથા આ (बडइ) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર છે, તો આ (अडक) તથા આ (बडक) ખૂણાનો સરવાળો પણ બે કાટખૂણાની બરાબર છે એ સિદ્ધ.

———*———

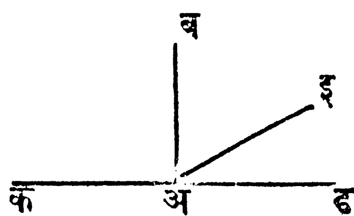
૧ સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર કરવો હોય, તો જે ઠેકાણે બે લીટીઓ મળેછે, ત્યાંથીજ લંબ દોરવો જોઇએ.

પ્રતિજ્ઞા ૧૪ મા. પ્રમેય.

જો (कअ તથા डअ) બે સીધી લીટીઓ એક બીજી (बअ) સીધી લીટીને એકજ (अ) બિંદુ આગળ અને વિરૂદ્ધ બાજુએ ત-

૨૫ ગળીને જે ખૂણાઓ કરે તેઓનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર હોય, તો તે સીધી લીટીઓની એક અખંડ સીધી લીટી થશે.

આ (अब) સીધી લીટી ને આ (कअ) તથા આ (डअ) સીધી લીટીઓ વિરૂદ્ધ બાજુએથી આવીને મળે છે, અને આ (कअब) તથા આ (डअब) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર આપેલછે, તો આ (कअ) તથા આ (डअ) ગળીને આ (कड) એક અખંડ સીધી લીટી થશે.



સિદ્ધતા.

ધારો કે આ (कअ) નો વધારો આ (अड) નથી પણ આ (अइ) છે.

હવે આ (कइ) લીટી ઉપર આ (अब) લીટી પડે છે તો ૧૩ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (कअब) તથા આ (इअब) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર, અને ઉપન્યાસમાં આ (कअब) તથા આ (डअब) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર આપેલ છે; માટે આ (कअब) તથા આ (डअब) ખૂણાના સરવાળાની બરાબર આ (कअब) તથા આ (इअब) ખૂણાનો સરવાળો થયો. હવે એ બંને બરાબર પરિમિતોમાંથી આ (कअब) સામાન્ય ખૂણો બાદ કર્યો, તો ૩ જા પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (इअब) ખૂણો તે આ (डअब) ખૂણાની બરાબર રહ્યો. હવે આ (इअब) ખૂણો તે આ (डअब) ખૂણાનો ભાગ છે અને તેની બરાબર થાય છે, એ ૯ મા. પ્રત્યક્ષ

પ્ર. થી ઉલટું, માટે આ (कअ) નો વધારો આ (अई) નથી, પણ આ (अड) છે એ સિદ્ધ.

---

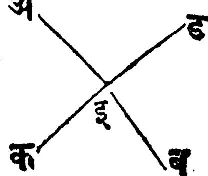
૧ વિરૂદ્ધ બાજુએથી આવીને ન મળે પણ એકજ બાજુ તરફથી આવીને બીજી લીટી મળે અને ખૂણાઓનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર થાય, તોપણ તે અખંડ લીટી થાય નહીં; માટે વિરૂદ્ધ બાજુએથી આવીને મળવાની જરૂર છે.

૨ આ પ્રતિજ્ઞામાં ૧૩ મી. પ્રતિજ્ઞાથી ઉલટી વાત સિદ્ધ કરેલી છે.

પ્રતિજ્ઞા ૧૫ મી. પ્રમેય.

જો (अब તથા कड) બે સીધી લીટીઓ એક બીજાને છેદે તો સામ સામેના ખૂણા બરાબર થશે.

આ (अब) લીટી આ (कड) લીટીને છેદે છે, તો આ (अइड) ખૂણો તે આ (बइक) ખૂણાની બરાબર અને આ (डइब) ખૂણો તે આ (कइअ) ખૂણાની બરાબર થશે.



સિદ્ધતા.

હવે આ (अब) સીધી લીટી ઉપર આ (डइ) સીધી લીટી પડે છે, તો ૧૩ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अइड) તથા આ (डइब) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર અને આ (कड) સીધી લીટી ઉપર આ (बइ) સીધી લીટી પડે છે તો ૧૩ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર.

આ (हइब) તથા આ (बइक) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર, તેથી આ (अइड) તથા આ (डइब) ખૂણાના સરવાળાની બરાબર આ (डइब) તથા આ (बइक) ખૂણાઓનો સરવાળો થયો; એ બરાબર પરિમીતોમાંથી આ (डइब) સામાન્ય ખૂણો બાદ કર્યો, તો ૩ જા. પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (अइड) ખૂણો તે આ (बइक) ખૂણાની બરાબર રહ્યો એ સિદ્ધ. એજ પ્રમાણે આ (हइब) તથા આ (कइअ) ખૂણા પણ બરાબર છે.

આ પ્રતિજ્ઞામાં જે બે ખૂણા બરાબર કરવા હોય, તે બંને ખૂણા સાથે ૧૩ મી. પ્રતિજ્ઞા લાગુ કરતાં એકજ ખૂણો આવે, એ વાત ધ્યાનમાં રાખવી. જેમ આમાં (डइब) ખૂણો બંનેમાં લીધેલ છે.

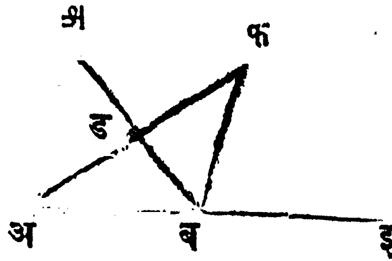
પ્રતિજ્ઞા ૧૬ મી. પ્રમેય.

કોઈ (अबक) ત્રિકોણની એક બાજુને વધારી તો બહારનો ખૂણો તેની પાસેના ગાંહેનાની સામેના કોઈપણ એક ખૂણા કરતાં મોટો થશે.

આ (अबक) ત્રિકોણની આ (अब) બાજુને વધારી, તો આ (कबइ) બહારનો ખૂણો આ (बकअ) અથવા આં (कअब) ખૂણા રતાં મોટો થશે.

હવે આ (बकअ) ખૂણા કરતાં આ (कबइ) બહારનો ખૂણો મોટો કરવો છે તો.—

આ (बक) બાજુને ૧૦ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. દુભાગી. આ (ड) દુભાગ બિંદુને આ (अ) બિંદુ સાથે ૧ લા. સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યું. આ (अड) સાંધનારી લીટીને ૨ જા. સ્વીકૃત પ્ર. વધારી. આ વધારેલી લીટીમાંથી (अड) ની બરાબર આ (डफ) ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. કાપીને રાખી. આ (फ) તથા આ (ब) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યાં.



સિદ્ધતા.

હવે આ (अडक) ત્રિકોણની આ (अड) બાજુ તે આ (बफड) ત્રિકોણની આ (डफ) બાજુની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (डक) બાજુ તો આ (बड) બાજુની બરાબર છે; કેમકે દુભાગીને રાખેલી છે. અને આ (अडक) ખૂણો તે આ (फडब) ખૂણાની બરાબર ૧૫ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. તેથી ૪ થી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अडक) ત્રિકોણનો આ (बकअ) ખૂણો તે આ (बफड) ત્રિકોણના આ (डबफ) ખૂણાની બરાબર. હવે આ (डबफ) ખૂણા કરતાં આ (कबइ) ખૂણો ૯ મા. પ્રત્યક્ષ પ્ર. મોટો, તો આ (बकअ) ખૂણા કરતાં પણ મોટો એ સિદ્ધ. એટલે આ (बकअ) ખૂણા કરતાં

આ (कबइ) બહારનો ખૂણો મોટો કરવો હતો તે થયો એ સિદ્ધ.

---

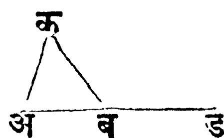
૧ બહારનો ખૂણો જે ખૂણા કરતાં મોટો કરવો હોય, તે એની વચ્ચેની બાજુનેજ દુભાગવી.

૨ દુભાગ બિંદુને તેની સામેના ખૂણા સાથે સાંધવું. પછી એ સાંધનારી લીટીને દુભાગ બિંદુમાં થઈને વધારવી; અને પછી તેની બરાબર વધારેલા ભાગમાંથી કાપવી.

૩ વધારેલી લીટીને જે ઠેકાણે કાપી હોય, તે બિંદુને બહારના ખૂણાના શિરો બિંદુ સાથે સાંધવું; તેથી જો બહારનો ખૂણો છેદાતો ન હોય, તો તેને વધારી, ખૂણાને છેદવો.

પ્રતિજ્ઞા ૧૭ મી. પ્રમેય.

એક (अबक) ત્રિકોણના કોઇ પણ (अ તથા ब અથવા अ તથા क અથવા ब તથા क) બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો છે.



સિદ્ધતા.

આ (अबक) ત્રિકોણના આ (ब તથા આ क) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો થશે, તે સિદ્ધ કરવા સારૂ આ (अब) બાજુને બીજા સ્વીકૃત પ્ર. વધારી, તો ૧૩ મી. પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. આ (अबक) તથા આ (डबक) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર અને આ (क) ખૂણા કરતાં આ (डबक) બહારનો

ખૂણો ૧૬ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. મોટો છે. હવે આ (अबक) ખૂણા સાથે આ (डबक) મોટો ખૂણો મેળવીએ, તો તેનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર થાય છે; ત્યારે આ (अबक) ખૂણા સાથે આ (डबक) ખૂણાને બદલે તેનાથી નાનો આ (क) ખૂણો મેળવીએ તો તેનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો એ સિદ્ધ.

---

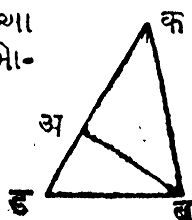
૧ જે બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો કરવાનો હોય તે બે ખૂણાઓના શિરોબિંદુ માહેના કોઇ પણ શિરોબિંદુથી એક બાજુને વધારવી.

૨ કાટખૂણુત્રિકોણ અને પહોળખૂણુત્રિકોણની વ્યાખ્યાઓ, અને સમબાજુ ત્રિકોણના ત્રણે સાંકડા ખૂણા, અને સમદ્વિબાજુત્રિકોણના બરાબરના ખૂણા, તે પણ સાંકડા એ વાત આ પ્રતિજ્ઞાથા સિદ્ધ કરી શકાય છે.

પ્રતિજ્ઞા ૧૮ મી. પ્રમેય.

જો એક (अबक) ત્રિકોણની એક (बक) બાજુ બીજી (अक) બાજુ કરતાં મોટી હોય તો, મોટી બાજુ સામેનો (अ) ખણો તે નાની બાજુની સામેના (ब) ખૂણા કરતાં મોટો થશે.

આ (अबक) ત્રિકોણની આ (बक) બાજુ મોટી છે અને આ (अक) બાજુ નાની છે, તો આ (अ) ખૂણો આ (ब) ખૂણા કરતાં મોટો થશે.



સિદ્ધતા.

ધારો કે આ (अ) તથા આ (ब) ખૂણા નાના મોટા નથી, પણ બરાબર છે. તો ૬ઠ્ઠી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अक) તથા આ (बक) બાજુઓ બરાબર હોવી જોઇએ; પણ ઉપન્યાસમાં નાની મોટી આપી છે, માટે એ બે ખૂણા બરાબર તો નથી, પણ નાના મોટા છે. હવે બેમાં કયો ખૂણો મોટો છે તે સિદ્ધ કરવા માટે આ (अक) નાની બાજુને બીજા સ્વીકૃત પ્ર. વધારી, અને તેમાંથી આ (बक) મોટી બાજુની બરાબર ૩જી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (कड) કાપી, અને આ (ड) તથા આ (ब) બિંદુઓને ૧લા. સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યાં. હવે આ (डबक) ત્રિકોણની આ (कड) તથા આ (बक) બાજુઓ બરાબર રાખી છે, માટે પાંચમી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (कडब) ખૂણો તે આ (डबक) ખૂણાનાં બરાબર. હવે આ (अबक) ખૂણા કરતાં આ (डबक) ખૂણો ૯ મા. પ્રત્યક્ષ પ્ર. મોટો, અને આ (कडब) ખૂણો તે આ (डबक) ખૂણાની બરાબર છે, માટે આ (अबक) ખૂણા કરતા આ (कडब) ખૂણો પણ મોટો. હવે આ (कडब) ખૂણા કરતાં આ (कअब) ખૂણો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. મોટો. આ (अबक) કરતાં આ (कडब) ખૂણો મોટો, અને આ (कडब) ખૂણા કરતાં આ (कअब) ખૂણો મોટો, તો આ (अबक) ખૂણા કરતાં આ (कअब) ખૂણો ઘણોજ મોટો એટલે આ (कब) મોટી બાજુ સામેનો આ (कअब) ખૂણો મોટો કરવો હતો તે થયો એ સિદ્ધ.

---

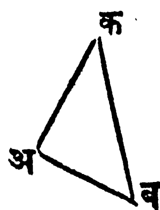
૧ આ પ્રતિજ્ઞા બે રીતે સિદ્ધ કરી શકાય છે. ૧ મોટીબા-

જુમાંથી નાનીની બરાબર ભાગ કાપીને. ૨ મોટીની બરાબર નાને નીને વધારીને.

પ્રતિજ્ઞા ૧૯ મી. પ્રમેય.

જો એક (अबक) ત્રિકોણનો એક (अ) ખૂણો બીજા (ब) ખૂણા કરતાં મોટો હોય, તો મોટા ખૂણાની સામેની (कब) બાજુ તે નાના ખૂણા સામેની (कअ) બાજુ કરતાં મોટી થશે.

આ (अबक) ત્રિકોણનો આ (अ) ખૂણો મોટો આપેલ છે, તો તેની સામેની આ (कब) બાજુ મોટી થશે. અને આ (ब) ખૂણો નાનો આપેલ છે, તો તેની સામેની આ (कअ) બાજુ નાની થશે,



સિદ્ધતા.

કોઈ કહેશે કે આ (कब) બાજુ મોટી નથી, તો એ આ (कअ) ની બરાબર હોય અથવા નાની હોય. ધારો કે બરાબર છે. જો બરાબર હોય તો ૫ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अ) તથા આ (ब) ખૂણા બરાબર થવા જોઇએ, પણ ઉપન્યાસમાં બરાબર આપેલ નથી, માટે એ બે બાજુઓ બરાબર નથી. હવે જો આ (कब) બાજુ કરતાં આ (कअ) બાજુ મોટી હોય, તો ૧૮મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (ब) ખૂણો તે આ (अ) ખૂણા કરતાં મોટો હોવો જોઇએ, પણ ઉપન્યાસમાં નાનો આપેલ છે. માટે આ (कअ) બાજુ આ (कब) બાજુની

બરાબર નથી, તેમ મોટી પણ નથી, ત્યારે નાની છે એ સિદ્ધ; એટલે આ (ब) નાના ખૂણાની સામેની આ (कअ) બાજુ તે આ (अ) મોટા ખૂણા સામેની આ (कब) બાજુ કરતાં નાની થઇ. અને આ (कअ) કરતાં આ (कब) મોટી થઈ એ સિદ્ધ.

---

૧ આ પ્રતિજ્ઞા ૧૮ મી. પ્રતિજ્ઞાનો ઉલટો પ્રકાર છે; તેમજ ઉલટી સિદ્ધતાથી સિદ્ધ થાય છે.

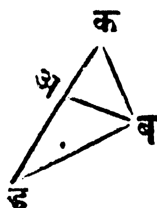
૨ જેવો સંબંધ પાંચમી ને છઠ્ઠી પ્રતિજ્ઞા વચ્ચેછે, તેવોજ સંબંધ ૧૮મી ને ૧૯મી. પ્રતિજ્ઞા વચ્ચેછે. એટલે પાંચમીમાં બાજુઓ આપેલી છે અને ખૂણા સિદ્ધ કરવાનાછે, તેમ અઢારમીમાં બાજુઓ આપેલી છે અને ખૂણાઓ સિદ્ધ કરવા છે. તેમજ છઠ્ઠીમાં ખૂણા ઉપરથી બાજુઓ સિદ્ધ કરેલ છે, તેમ ઓગણીશમીમાં પણ ખૂણા ઉપરથી બાજુઓ સિદ્ધ કરેલ છે. માટે મથાળું યાદ રાખવા પાંચમી અને અઢારમી મળતી અને છઠ્ઠી તથા ઓગણીશમી મળતી સમજવી.

પ્રતિજ્ઞા ૨૦ મી. પ્રમેય.

કોઇ (अबक) ત્રિકોણની કોઈ પણ બે (अब) તથા (अक) બાજુઓનો સરવાળો ત્રીજી (बक) કરતાં મોટો થશે.

સિદ્ધતા.

આ (कअ) બાજુને બીજા સ્વીકૃત પ્ર. વધારી, અને વધારેલા ભાગમાંથી આ (अब) ની બરાબર ૩ જી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अड) કાપી. આ (ड) તથા આ (ब) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃત. પ્ર. સાંધ્યાં.



હવે આ (डबअ) ત્રિકોણની આ (अड) તથા આ (अब) બાજુઓ બરાબર છે, કેમકે કાપીને રાખી છે. માટે ૫ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अडब) ખૂણો તે આ (डबअ) ખૂણાની બરાબર. અને આ (डबअ) ખૂણા કરતાં આ (डबक) ખૂણો ૯ મા. પ્રત્યક્ષ પ્ર. મોટો, તો આ (ड) ખૂણા કરતાં પણ આ (डबक) ખૂણો મોટો.

હવે આ (डबक) ત્રિકોણ લઇએ, તેમાં આ (ड) ખૂણા કરતાં આ (डबक) ખૂણો મોટો કરી ગયા છીયે, માટે ૧૯ મી. પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. આ (बक) બાજુ કરતાં આ (डक) બાજુ મોટી અને આ (डक) બાજુ તે આ (अक) તથા આ (अड) બાજુ મળીને થયેલી છે, અને આ (अड) બાજુ તે આ (अब) બાજુની બરાબર છે. માટે આ (अक) તથા આ (अब) બાજુનો સરવાળો આ (डक) ની બરાબર થયો. અને આ (डक) બાજુ તે આ (बक) બાજુ કરતાં મોટી કરી ગયા છીએ, માટે આ (अक) તથા આ (अब) નો સરવાળો આ (बक) કરતાં મોટો થયો. એ સિદ્ધ.

---

૧ આ પ્રતિજ્ઞા મુખ્ય ત્રણ રીતે સિદ્ધ કરી શકાય છે. જે બે બાજુનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં મોટો કરવો છે, તે બે બાજુઓ જે બિંદુ આગળ મળે છે તે બિંદુમાં થઈને જાય એવી રીતે સરવાળો કરવાની કોઈ પણ બાજુને વધારવી; પછી જે બાજુને વધારી હોય તેના વધારેલા ભાગમાંથી બીજી (જે બાજુ સરવાળાના કામમાં લીધેલ છે તે) બાજુ જેવડો ભાગ કાપવો.

૨ સરવાળો કરવાની બે બાજુઓ જે ખૂણા પાસે મળે છે, તે ખૂણાને દુભાગવો, અને તે દુભાગનારી લીટીને ત્રીજી બાજુ

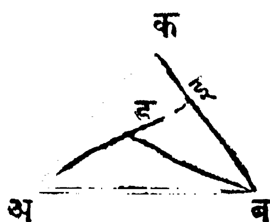
સુધી વધારવી; તેથી બે ત્રિકોણો થશે. દરેક ત્રિકોણના દુભાગવાથી થયેલ ખૂણા કરતાં પાયા સુધી દોરેલી લીટીથી થયેલ ખૂણો ૧૬ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે મોટો થશે. પછી ૧૯ મી. પ્રતિજ્ઞા લાગુ કરવી.

૩ સરવાળો કરવાની બે બાજુઓ જે ખૂણા પાસે મળેછે ત્યાંથી પાયા ઉપર લંબ દોરવાથી પણ થઇ શકે છે.

પ્રતિજ્ઞા ૨૧ મી. પ્રમેય.

કોઇ (**अबक**) ત્રિકોણની માંહે એક (**ड**) બિંદુ સુધી કોઈ પણ (**अब**) બાજુના છેડાઓથી દોરેલી બે (**अड** તથા **बड**) સીધી લીટીઓનો સરવાળો ત્રિકોણની બીજી બે (**कअ** તથા **कब**) બાજુઓના સરવાળા કરતાં ઓછો થશે, પણ તે લીટીઓની વચ્ચેનો ખૂણો બાજુઓની વચ્ચેના ખૂણા કરતાં મોટો થશે.

આ (**अड**) તથા આ (**बड**) બાજુના સરવાળા કરતાં, આ (**कअ**) તથા આ (**कब**) બાજુનો સરવાળો મોટો થશે, પણ આ (**क**) ખૂણા કરતાં આ (**अडब**) ખૂણો મોટો થશે.



સિદ્ધતા.

આ (**अड**) બાજુને બીજા સ્વીકૃત પ્ર. આ (**कब**) ને મળતાં સુધી વધારી. હવે આ (**बइड**) ત્રિકોણમાં આ (**इब**) તથા આ (**इड**) બાજુનો સરવાળો આ (**डब**) બાજુ કરતાં ૨૦ મી. પ્રતિજ્ઞા

પ્રમાણે મેાટેા. એ બે વિષમ પરિમિતેામાં આ (डअ) બાજુ મેળવી તેા ૪ થા. પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (इअ) તથા આ (इब) નેા સરવાળેા આ (डअ) તથા આ (डब) ના સરવાળા કરતાં મેાટેા. હવે આ (क अइ) ત્રિકેાણુમાં આ (कअ) તથા આ (कइ) બાજુનેા સરવાળેા આ (इअ) કરતાં ૨૦ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. મેાટેા. એ વિષમ પરિમિ- તેામાં આ (इब) મેળવી તેા ચેાથા પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (इअ) તથા આ (इब) ના સરવાળા કરતાં, આ (कअ) તથા આ (कब) નેા સરવા- ળેા મેાટેા. હવે આ (डअ) તથા આ (डब) ના સરવાળા કરતાં, આ (इअ) તથા આ (इब) બાજુનેા સરવાળેા મેાટેા અને આ (इ अ) તથા આ (इब) બાજુના સરવાળા કરતાં આ (कअ) તથા આ (कब) બાજુનેા સરવાળેા મેાટેા તેા આ (डअ) તથા આ (डब) બાજુના સરવાળા કરતાં આ (कअ) તથા આ (कब) બાજુનેા સ- રવાળેા ઘણેા મેાટેા; એટલે આ (डअ) તથા આ (डब) બાજુના સ- રવાળા કરતાં આ (कअ) તથા આ (कब) બાજુનેા સરવાળેા મેાટેા કરવેા હતેા તે થયેા એ સિદ્ધ.

હવે આ (क) ખૂણા કરતાં આ (इ) ખૂણેા ૧૬ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. મેાટેા, અને આ (इ) ખૂણા કરતાં આ (ड) ખૂણેા ૧૬ મી. પ્ર- તિજ્ઞા પ્ર. મેાટેા, તેા આ (क) ખૂણા કરતાં આ (ड) ખૂણેા ઘણેાજ મેાટેા, એટલે આ (क) ખૂણા કરતાં આ (ड) ખૂણેા જે મેાટેા કરવાનેા હતેા તે પણ આ થયેા એ સિદ્ધ.

---

૧ ત્રિકેાણુની બહાર બિંદુ આપેલું હેાય તેા સિદ્ધ થઈ શકે નહીં, તેમજ એક બાજુ ઉપર આપ્યું હેાય તેા સાધન પૂરૂં થઇ શકતું નથી.

૨ આ પ્રતિજ્ઞામાં બાજુના છેડાથી આપેલા બિંદુ સૂધી જે બે લીટીઓ દોરેલી છે તે માંહેની જે લીટી ત્રિકોણની એક બાજુ પતી હોય, તે ત્રિકોણ પ્રથમ લેવો.

પ્રતિજ્ઞા ૨૨ મી. કૃત્ય.

ત્રણ (अब, कड, इफ) સીધી લીટીઓ આપેલી છે, એવી કે તેઓ માંહેલી કોઇ પણ બેનો સરવાળો ત્રીજી કરતાં મોટો છે, તો જેની બાજુઓ અનુક્રમે આપેલી લીટીઓની બરાબર થાય એવો એક ત્રિકોણ કરવાનું. આ (अब, कड. इफ) ત્રણ સીધી લીટીઓ આપેલી છે. આ માંહેલી કોઇ પણ બેનો સરવાળો ત્રીજી કરતાં મોટો છે, તો આ આપેલી લીટીઓની બરાબર જેની બાજુઓ થાય, એવો એક ત્રિકોણ કરવો છે.

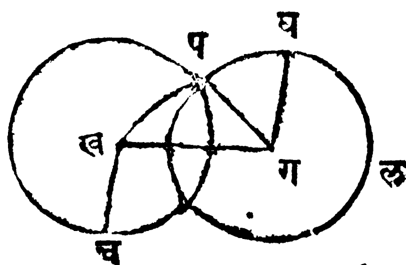
अ ——— ब

क ——— ड

इ ——— फ

સાધન.

હવે આ (ख) એક બિંદુ લીધું. આ (ख) બિંદુથી આ (अब) ની બરાબર ૨ જી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (खग) લીટી દોરી અને આ (ख) બિંદુથી આ (कड) ની બરાબર ૨ જી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (खच) લીટી દોરી અને આ (ग) બિંદુથી આ (इफ) લીટીની બરાબર આ (गघ) લીટી દોરી. હવે આ (ख) મધ્ય બિંદુ ધારી આ (खच)



ત્રિજ્યાએ ૩ જા સ્વીકૃત૦ પ્ર. આ (चनप) ગોળ દોર્યો. અને આ (ग) મધ્ય બિંદુ ધારી આ (ग घ) ત્રિજ્યાએ ૩ જા સ્વીકૃત૦ પ્ર. આ (घ ल प) ગોળ દોર્યો, આ (ख) તથા આ (प) બિંદુઓને તેમજ આ (ग) તથા આ (प) બિંદુઓને પણ ૧ લા. સ્વીકૃત૦ પ્ર. સાંધ્યાં તો કરવાનો ત્રિકોણ તે આ (ख ग प) થશે.

સિદ્ધતા.

આ (चनप) ગોળની આ (खच) તથા આ (खप) ત્રિજ્યાઓ છે, માટે ૧૫ મી. વ્યાખ્યા પ્ર. બરાબર. અને આ (खच) તે આ (कड) આપેલી લીટીની બરાબર આપણે દોરી છે, માટે ૧ લા. પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. આ (खप) તે આ આપેલી (कड) ની બરાબર. હવે આ (घलप) ગોળની આ (गघ) તથા આ (गप) ત્રિજ્યાઓ છે, માટે તે ૧૫ મી. વ્યાખ્યા પ્ર. બરાબર. અને આ (गघ) તે આપેલી (इफ) લીટીની બરાબર દોરી છે, માટે ૧ લા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. આ (गप) તે આ આપેલી (इफ)ની બરાબર; અને આ (खग) તે આ આપેલી (अब)ની બરાબર પણ દોરી છે, માટે આ (खगप) ત્રિકોણની આ (खग), આ (खप) અને આ (गप) એ ત્રણે બાજુઓ અનુક્રમે આ આપેલી (अब), આ (कड) અને આ (इफ)ની બરાબર કરવી હતી તે થઇ એ સિદ્ધ.

---

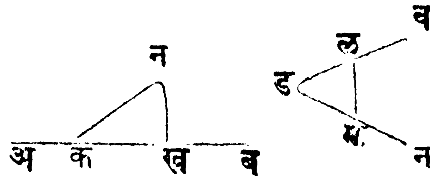
૧ બે સીધી લીટીઓનો સરવાળો ત્રીજી સીધી લીટી કરતાં મોટો આપ્યો ન હોય, તો તેમની બરાબર બાજુઓ થાય એવો ત્રિકોણ કદી કરી શકાય નહીં; જો સરવાળો ત્રીજી લીટી કરતાં ઓછો આપ્યો હોય તો ગોળ છેદાશે નહીં, તેમજ સરવાળો ત્રીજી લીટીની બરાબર આપ્યો હોય તો ગોળ માત્ર અડીને જશે, અને ગોળ છેદાયા સિવાય ત્રિકોણ કરી શકાય નહીં.

૨ આ પ્રતિજ્ઞા ૨૦ મી પ્રતિજ્ઞાનો ઉલટ પક્ષ છે.

પ્રતિજ્ઞા ૨૩ મી. કૃત્ય.

એક (अब) કહેલી લીટીમાં એક કહેલા (क) બિંદુથી એક કહેલા (ड) ખૂણાની બરાબર એક ખૂણો કરવાનું.

આ એક (अब) લીટી આપેલી છે, અને તેમાં આ (क) બિંદુ આપેલું છે. તે બિંદુથી આ (ड) ખૂણાની બરાબર એક ખૂણો કરવો છે.



સાધન.

આ (डव) બાજુમાં આ (ल) બિંદુ લીધું, અને આ (डन) બાજુમાં આ (म) બિંદુ લીધું. અને આ (म) તથા આ (ल) બિંદુઓને ૧લા, સ્વીકૃત૦ પ્ર. સાંધ્યાં. હવે આ (क) બિંદુથી આ (क ब) લીટીમાંથી ૩ જી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (कख) (डम) ની બરાબર કાપી. હવે આ (डम), આ (मल) અને આ (डल) લીટીઓની બરાબર જેની અનુક્રમે બાજુઓ થાય, એવો આ (क) બિંદુથી ૨૨ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (क ख न) ત્રિકોણ કર્યો, તો આ (क) ખૂણો તે આ (ड) ખૂણાની બરાબર કરવાનો ખૂણો થશે.

સિદ્ધતા.

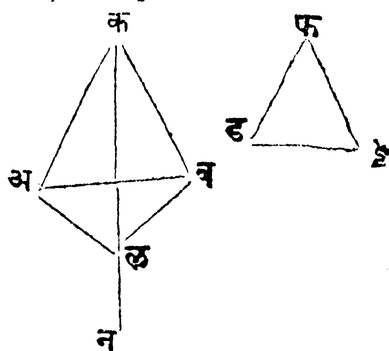
આ (डमल) ત્રિકોણની આ (डम) આ (मल) અને આ (डल) બાજુઓ તે અનુક્રમે આ (कखन) ત્રિકોણની આ (कख)

આ (खन) અને આ (कन)ની બરાબર દોરીછે, તો ૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (ह) ખૂણો તે આ (क) ખૂણાની બરાબર એ સિદ્ધ.

૧ આ પ્રતિજ્ઞાથી હરકોઇ જાતનો ખૂણો કહેલી લીટીમાં કહેલા બિંદુથી દોરી શકાય છે. તેમ ૧૧મી પ્રતિજ્ઞામાં બે કાટખૂણાજ કરી શકાય છે, માટે આ પ્રતિજ્ઞાનો તેને પેટા ભાગ કહીએ તો ચાલે.

પ્રતિજ્ઞા ૨૪ મી. પ્રમેય.

જો બે (अबक) તથા (डइफ) ત્રિકોણોમાં એકની બે બાજુઓ (कअ તથા कब) અનુક્રમે બીજાની બે બાજુઓ (फड તથા फइ) ની બરાબર હોય, અને બરાબર બાજુઓ વચ્ચેનો એકનો એક (क) ખૂણો તે બીજાના એક (फ) ખૂણા કરતાં મોટો હોય, તો મોટા ખૂણાની સામેની (अब) બાજુ તે નાના ખૂણા સામેની (डइ)બાજુ કરતાં મોટી થશે.



આ (अबक) ત્રિકોણની આ (कअ) તથા આ (कब) બાજુઓ તે આ (डइफ) ત્રિકોણની અનુક્રમે આ (फड) તથા આ (फइ) બાજુની બરાબર આપેલી છે, અને આ (क) ખૂણો તે આ (फ) ખૂણા કરતાં મોટો આપ્યો છે, તો આ (अब) બાજુ આ (डइ) બાજુ કરતાં મોટી થશે.

સિદ્ધતા.

જો આ (अब) બાજુ આ (डइ) બાજુની બરાબર હોય, તો

૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (क) તથા આ (फ) ખૂણા બરાબર હોવા જોઈએ, પણ આપ્યા છે નાના મોટા, માટે એ બે બાજુઓ બરાબર તો નથી.

જો આ (अब) બાજુ કરતાં આ (डइ) બાજુ નાની કબૂલ કરીએ તો જે કરવાનું હતું તે થયું. એટલે સિદ્ધ કરવાનું કાંઈ રહ્યું નહીં, પણ આ (अब) કરતાં આ (डइ) બાજુને મોટી કહીએ તો આ (क) બિંદુથી આ (फ) ખૂણાની બરાબર ૨૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अकल) ખૂણો કર્યો. આ (कन) લીટીમાંથી આ (फइ) ની બરાબર ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ લી (क ल) કાપી. આ (अ) તથા આ (ल) બિંદુઓને અને આ (ल) તથા આ (ब) બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત૦ પ્ર. સાંધ્યાં.

હવે આ (अलक) ત્રિકોણની આ (कअ) બાજુ તે આ (डइफ) ત્રિકોણની આ (फड) બાજુની બરાબર આપેલી છે, અને અને આ (कल) બાજુ તે આ (फइ) ની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (अकल) ખૂણો તે આ (फ) ખૂણાની બરાબર પણ કરેલો છે, માટે ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अल) પાયો તે આ (डइ) પાયાની બરાબર.

હવે આ (लबक) ત્રિકોણની આ (कल) બાજુ તે આ (डइफ) ત્રિકોણની આ (फइ) બાજુની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (कब) બાજુ આ (फइ) ની બરાબર આપેલી છે, માટે ૧ લા. પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. આ (कल) બાજુ તે આ (कब) બાજુની બરાબર. અને એ બાજુઓ જ્યારે બરાબર છે, તો ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (कंल)

घ) તથા આ (लबक) ખૂણા બરાબર. અને આ (लबअ) ખૂણા કરતાં આ (लबक) ખૂણો ૯ મા. પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. મોટો છે; તો આ (कलब) ખૂણો પણ આ (लबअ) ખૂણા કરતાં મોટો. હવે આ (कलब) ખૂણા કરતાં આ (अलब) ખૂણો ૯ મા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. મોટોછે. આ (लबअ) ખૂણા કરતાં આ (कलब) ખૂણો મોટો, અને આ (कलब) ખૂણા કરતાં આ (अलब) ખૂણો મોટો, તો આ (लबअ) ખૂણા કરતાં આ (अलब) ખૂણોજ મોટો.

હવે આ (अलब) ત્રિકોણમાં આ (लबअ) ખૂણા કરતાં આ (अलब) ખૂણો મોટો છે, તો ૧૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अल) બાજુ કરતાં આ (अब) બાજુ મોટી, અને આ (अल) બાજુ તે આ [डइफ] ત્રિકોણની આ (डइ) બાજુની બરાબર કરી ગયા છીએ; માટે આ (अब) બાજુ તે આ (डइ) બાજુ કરતાં પણ મોટી. અને ધારી છે નાની, માટે નાની નથી પણ મોટી છે. એટલે મોટા ખૂણા સામેની આ (अब) બાજુ તે નાના ખૂણા સામેની આ (डइ) બાજુ કરતાં મોટી ઠરવાની હતી તે આ થઈ એ સિદ્ધ.

---

૧ આ પ્રતિજ્ઞામાં કાપવાની લીટી જેમ ત્રિકોણની નીચે કાપી છે, તેમ પાયાની ઉપર કે ત્રિકોણની અંદરથી કાપીને પણ સિદ્ધ કરી શકાય છે.

—o—

પ્રતિજ્ઞા ૨૫ મી. પ્રમેય.

જો (अबक તથા डइफ) બે ત્રિકોણમાં એકની બે (कअ તથા कब) બાજુઓ અનુક્રમે બીજાની બે (फड તથા फइ) બાજુઓની બરાબર હોય, અને એકની ત્રીજી (अब) બાજુ બીજાની ત્રી-

જી (डइ) બાજુ કરતાં મોટી હોય, તો મોટી બાજુ સામેનો (क) ખૂણો તે નાની બાજુની સામેના (फ) ખૂણા કરતાં મોટો થશે. આ (अकब) ત્રિકોણની આ (काअ તથા कब) બાજુઓ આ (ड-इफ) ત્રિકોણની આ (फड તથા फइ) બાજુની બરાબર છે, અને આ (अब) બાજુ આ (डइ) બાજુ કરતાં મોટી આપેલી છે. તો આ (क) ખૂણો તે આ (फ) ખૂણા કરતાં મોટો થશે.

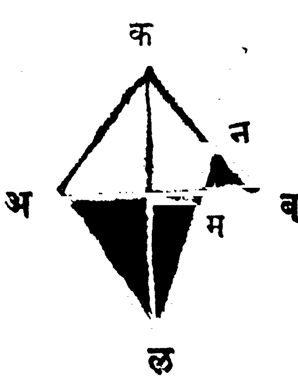
પહેલું ધારો કે આ (क) તથા આ (फ) ખૂણા બરાબર છે, હવે જો એ બે ખૂણા બરાબર હોય તો ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अब) પાયો તે આ (डइ) પાયાની બરાબર થાય; પણ આપેલ છે નાના મોટા, તેથી આ (क) તથા આ (फ) ખૂણા બરાબર તો નથી.

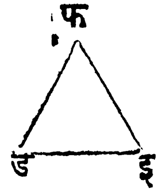
બીજું ધારો કે આ (क) ખૂણા કરતાં આ (फ) ખૂણો મોટો છે. હવે જો આ (क) ખૂણા કરતાં આ(फ) ખૂણો મોટો હોય તો ૨૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अब) બાજુ કરતાં આ (डइ) બાજુ મોટી હોવી જોઈએ, પણ આપીછે નાની, માટે આ (क) ખૂણા કરતાં આ (फ) ખૂણો મોટો પણ નથી.

હવે આ (क) ખૂણા કરતાં આ (फ) ખૂણો મોટો નથી, તેમ બરાબર પણ નથી, તો પછી નાનોજ છે એ સિદ્ધ. એટલે આ (अब) મોટી બાજુ સામેનો આ (क) ખૂણો તે આ (डइ) નાની બાજુ સામેના આ (फ) ખૂણા કરતાં મોટો કરવો હતો તે થયો.

બીજી રીતે—આ (अब) મોટી બાજુમાંથી આ (डइ) નાની બાજુની બરાબર ૩ જી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (अम) કાપીને રાખી.

હવે આ (डइफ) ત્રિકોણની બરાબર જેની અનુક્રમે બાજુઓ થાય;





એવો ૨૨મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (अम) બાજુ ઉપર આ (अलम) ત્રિકોણ કર્યો. આ (क) તથા આ (ल) શિરોબિંદુઓને ૧લા. સ્વીકૃત૦ પ્ર. સાંધ્યાં, અને આ (लम) બાજુને આ (क ब) બાજુને મળતાં સૂધી ૨ જા સ્વીકૃત૦ પ્ર. વધારી.

હવે આ (कअल) ત્રિકોણની આ (कअ) બાજુ તે આ (ड इफ) ત્રિકોણની આ (फड) બાજુની બરાબર આપેલી છે, અને આ (अल) બાજુ તે આ (फड)ની બરાબર કરીછે, માટે ૧ લા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. આ (अक) તથા આ (अल) બાજુઓ બરાબર; અને તે બરાબર છે, તો આ (अ ल क) તથા આ (लकअ) ખૂણા ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. બરાબર.

હવે આ (कब) બાજુ તે આ (फइ) બાજુની બરાબર આપેલી છે, અને આ (फइ) ની બરાબર આ (लम) કરી છે, માટે ૧ લા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. આ (लम) તથા આ (कब) બાજુઓ બરાબર. હવે આ (लमं) બાજુ કરતાં આ (लन) બાજુ ૯ મા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. મોટી, અને આ (लम) તે આ (कब) ની બરાબર છે, માટે આ (लन) આ (कब) કરતાં પણ મોટી. તેમજ આ (कन) બાજુ કર-

રતાં આ (कब) ૯ મા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. મોટી છે; એટલે આ (कन) કરતાં આ(कब) બાજુ મોટી થઇ, અને આ (कब) કરતાં આ (लन) બાજુ મોટી થઇ, તો આ (कन) બાજુ કરતાં આ (लन) બાજુ ઘણી મોટી; તેથી આ (लनक) ત્રિકોણની આ (लन) મોટી બાજુ સામેનો આ (नकल) ખૂણો તે આ (कन) નાની બાજુ સામેના આ (कलन) ખૂણા કરતાં ૧૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. મોટો.

હવે આ (नकल) તથા આ (कलन) વિષમ પરિગિતોમાં આ (अलक) તથા આ (लकअ) સરખા ખૂણા મેળવ્યા, તો આ (बकअ) ખૂણો તે આ (अलम) ખૂણા કરતાં ૪ થા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. મોટો. અને આ (अलम) ખૂણો તે આ (फ) ખૂણાની બરાબર કરેલ છે, માટે આ આપેલા (फ) ખૂણા કરતાં પણ આ (बकअ) ખૂણો મોટો કરવાનો હતો તે થયો એ સિદ્ધ.

---

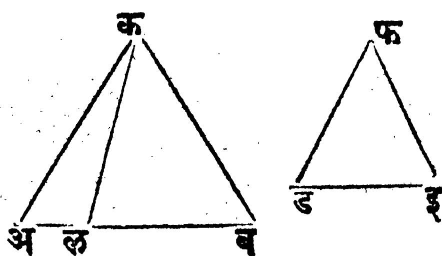
૧ આ પ્રતિજ્ઞા ૨૪ મી પ્રતિજ્ઞાનો ઊલટ પક્ષ છે.

૨ આ પ્રતિજ્ઞા ઉલટી તેમજ સુલટી બંને રીતે સિદ્ધ થઈ શકેછે. સુલટી રીતે સિદ્ધ કરતાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી નવા કરેલા ત્રિકોણની અંદર થઇને જાય કે બહારથી જાય તોપણ સિદ્ધ કરી શકાય.

પ્રતિજ્ઞા ૨૬ મી. પ્રમેય.

જો બે (अबक તથા આ डइफ) ત્રિકોણમાં એકના (अ તથા ब) બે ખૂણા અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણના (ड તથા इ) બે ખૂણાની બરાબર હોય, અને બરાબર ખૂણાના સંબંધમાં અને સરૂપ-

સ્થિતિમાં રહેલી એવી એક ત્રિકોણની એક (बक) બાજુ તે બીજા ત્રિકોણની એક (इफ) બાજુની બરાબર હોય, તો બાકીની બાજુ અને ખૂણા તે બીજા ત્રિકોણની બાકીની બાજુઓ અને ખૂણાની બરાબર થશે અને બંને ત્રિકોણો એક રૂપ થશે.



આ (अबक) ત્રિકોણના આ (अ તથા ब) ખૂણાને અનુક્રમે આ (डइफ) ત્રિકોણના આ (ड) તથા (इ) ખૂણાની બરાબર આપેલ છે, અને આ (बक) બાજુ તે આ (इफ) બાજુની બરાબર છે તો આ બે ત્રિકોણો એક રૂપ થશે.

ધારોકે આ (अब) બાજુ આ (डइ) બાજુ કરતાં મોટી છે, તો આ (अब) બાજુમાંથી આ (डइ) ની બરાબર ૩ ૭ પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (बल) કાપી. આ (ल) તથા આ (क) બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃ૦ પ્ર. સાંધ્યાં.

સિદ્ધતા.

હવે આ (लबक) ત્રિકોણની આ (बक) બાજુ તે આ (डइफ) ત્રિકોણની આ (इफ) બાજુની બરાબર આપેલછે, અને આ (बल) બાજુને આ (डइ) ની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (ब) તથા આ (इ) ખૂણા બરાબર આપેલ છે, માટે ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (कलब) ખૂણો તે આ (ड) ખૂણાની બરાબર; અને આ (ड) ખૂણાની બરાબર આ (अ) ખૂણો આપેલછે, માટે ૧લા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. આ (अ) તથા આ (ल) ખૂણા બરાબર.

હવે આ (अ) ખૂણા કરતાં આ (ल) ખૂણો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. મોટો, અને પ્રથમ બરાબર કરી ગયા, તે દેખીતું ઉલટું છે. માટે આ (अब) બાજુ આ (डइ) બાજુ કરતાં મોટી નથી, તેવીજ રીતે આ (अब) કરતાં આ (डइ) પણ મોટી નથી, એમ સિદ્ધ કરી શકાયછે. એટલે આ (अब) તથા આ (डइ) બાજુઓ બરાબર.

હવે આ (अबक) ત્રિકોણની આ (बक) બાજુ તે આ (ड-इफ) ત્રિકોણની આ (इफ) બાજુની બરાબર આપેલી છે, અને આ (अब) બાજુ તે આ (डइ) બાજુની બરાબર કરી ગયા, અને આ (ब) ખૂણો તે આ (इ) ખૂણાની બરાબર આપેલ છે, માટે ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अक) બાજુ તે આ (डफ) બાજુની બરાબર; અને આ (बकअ) ખૂણો તે આ (फ) ખૂણાની બરાબર. અને આ (अबक) આખો ત્રિકોણ તે આ (डइफ) આખા ત્રિકોણની બરાબર એ સિદ્ધ.

---

૧ સરૂપસ્થિતિ એટલે એક ત્રિકોણની જે તરફની અને જેવી સ્થિતિની બાજુ હોય તેજ તરફની અને તેવીજ સ્થિતિની બીજા તેની બરાબરના ત્રિકોણની બાજુ લેવી.

૨ આ પ્રતિજ્ઞા ૪ થી પ્રતિજ્ઞાનો ઉલટ પક્ષ છે.

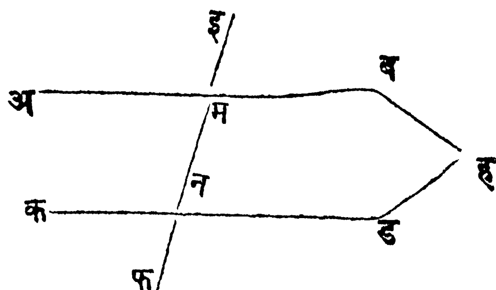
૩ જો આપેલા બે ખૂણા વચ્ચેની બાજુ બરાબર આપેલી હોય, તો ૯ મા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણનો ઉપયોગ કરવો પડે. અને પડખાની બાજુ બરાબર આપી હોય, તો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞાનો ઉપયોગ કરવો પડે.

પ્રતિજ્ઞા ૨૭ મી. પ્રમેય.

જો એક (इफ) સીધી લીટી બીજી બે (अब તથા कड) સી-

ધી લીટીઓને છેદે અને તેથી (बमन તથા कनम) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ એક એકની બરાબર થાય તો આ સીધી લીટીઓ સમાંતર થશે.

આ (इफ) સીધી લીટી આ (अब) તથા આ (कड) સીધી લીટીઓને છેદે છે, અને આ (बमन) તથા આ (कनम) વ્યુત્ક્રમ ખૂણા બરાબર આપેલ છે, તો આ (अब)તથા આ (कड) એ સીધી લીટીઓ પરસ્પર સમાંતર થશે.

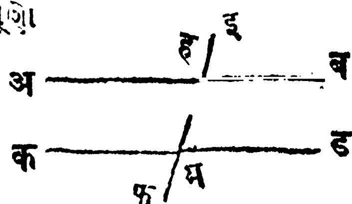


સિદ્ધતા.

ધારો કે તેઓ સમાંતર નથી. જ્યારે સમાંતર નથી, ત્યારે તેઓને વધારીશું તો તેઓ એક તરફ મળી જશે. હવે આ (अब) તથા આ (कड) ને વધારી તો તેઓ આ (ह) આગળ મળે. તેથી આ (नहम) એક ત્રિકોણ થયો. હવે આ (बमन) ખૂણા કરતાં આ (कनम) ખૂણો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. મોટો, અને આપેલ છે બરાબર; માટે આ બાજુઓ (ह) તરફ વધારવાથી મળતી નથી. તેજ પ્રમાણે તેની સામી તરફ વધારીએ, તોપણ મળશે નહીં. અને જ્યારે તે તરફ મળતી નથી, ત્યારે ૩૫ મી વ્યાખ્યા પ્ર. તે સમાંતર છે એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૨૮ મી. પ્રમેય.

જો એક (इफ) સીધી લીટી બે (अब તથા कड) સીધી લીટીઓને છેદે, અને તેથી બાહારનો ખૂણો (अहइ) લીટીની એકજ તરફના માંહેનાની સામેના (कमह) ખૂણાની બરાબર થાય અથવા એકજ તરફના માંહેના બે ખૂણા (हमड તથા बहम) નો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર થાય, તો એ બે સીધી લીટીઓ અરસપરસ સમાંતર થશે.



સિદ્ધતા.

આ (अब) તથા આ (कड) સીધી લીટીઓને આ (इफ) સીધી લીટી છેદેછે, અને આ (हमड) તથા (बहम) એ બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર આપેલ છે, તો આ (अब) તથા આ (कड) સીધી લીટીઓ અરસપરસ સમાંતર થશે એ કરવું છે.

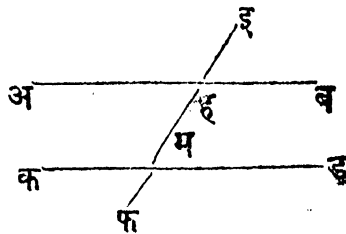
પહેલું ધારો કે આ (अहइ) તથા આ (कमह) ખૂણા બરાબર છે, પણ આપેલી લીટીઓ સમાંતર નથી. હવે આ (अहइ) તથા આ (बहम) ખૂણા ૧૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. બરાબર. અને આ (अहइ) તથા આ (कमह) ખૂણા બરાબર આપેલા છે, તેથી ૧ લા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. આ (बहम) તથા આ (कमह) ખૂણા બરાબર અને તે વ્યુત્ક્રમ છે, માટે ૨૭ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अब) તથા આ (कड) એ બે સમાંતર છે એ સિદ્ધ.

બીજું ધારો કે આ (बहम) તથા આ (हमड) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે, પણ આપેલી લીટીઓ સમાંતર

નથી. હવે આ (हमड) તથા આ (कमह) ખૂણાનો સરવાળો ૧૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. બે કાટખૂણાની બરાબર; અને આ (बहम) તથા આ (हमड) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર આપેલ છે, માટે એ બે બરાબર પરિમિતોમાંથી આ (हमड) સામાન્ય ખૂણો બાદ કર્યો, તો ત્રીજા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. આ (बहम) તથા આ (कमह) ખૂણા બરાબર રહ્યા, અને તે વ્યુત્ક્રમ છે, માટે ૨૭ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अब) તથા આ (कड) સીધી લીટીઓ અરસપરસ સમાંતર છે એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૨૯ મી. પ્રમેય.

જો એક (इफ) સીધી લીટી (अब તથા कड) બે સમાંતર સીધી લીટીઓને છેદે, તો તેથી વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર થશે. અને બહારનો ખૂણો (अहइ) એકજ તરફના માંહેનાની સામેના (कमह) ખૂણાની બરાબર થશે; અને એક તરફના બે માંહેના ખૂણા (बहम) તથા (हमड)નો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર થશે.



આ બે (अब તથા कड) સમાંતર લીટીઓ આપેલી છે, તેને આ (इफ) સીધી લીટી છેદેછે, તો આ (बहम) તથા આ (कमह) વ્યુત્ક્રમ ખૂણા બરાબર થશે. અને આ (अहइ) ખૂણો તે આ (कमह) ખૂણાની બરાબર થશે, અને આ (बहम) તથા આ (हमड) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર થશે.

સિદ્ધતા.

પહેલું ધારો કે આ (बहम) તથા આ (कमह) ખૂણા બરાબર નથી, પણ આ (कमह) ખૂણો મોટો છે. હવે આ (कमह) તથા આ (हमड) ખૂણાનો સરવાળો ૧૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. બે કાટખૂણાની બરાબર. હવે આ (हमड) ખૂણાની સાથે આ (कमह) ખૂણા કરતાં આ (बहम) નાનો ખૂણો મેળવીએ, તો તેનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો; અને એ બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો થયો, તો ૧૨મા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. આ (अब) તથા આ (कड) સમાંતર કહેવાય નહીં; પણ આપેલ છે સમાંતર, માટે આ (बहम) ખૂણા કરતાં આ (कमह) ખૂણો મોટો નથી, પણ બરાબર છે.

બીજી રીતે આ (बहम) તથા આ (कमह) વ્યુત્ક્રમ ખૂણા બરાબર ન હોય તો ૨૭ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अब) તથા આ (कड) સમાંતર લીટીઓ કહેવાય નહીં, પણ આપેલી છે સમાંતર. માટે વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ નાના મોટા નથી, પણ બરાબર છે. બીજું ધારો કે આ (अहइ) ખૂણો આ (कमह) ખૂણાની બરાબર નથી.

હવે આ (अहइ) ખૂણો તે આ (बहम) ખૂણાની બરાબર ૧૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે; અને આ (बहम) ખૂણો તે આ (कमह) ખૂણાની બરાબર આ પ્રતિજ્ઞાના પહેલા ભાગ પ્રમાણે; તેથી ૧ લા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. આ (अहइ) ખૂણો તે આ (कमह) ખૂણાની બરાબર.

ત્રીજું ધારો કે આ (बहम) તથા આ (हमड) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર નથી.

હવે આ (कमह) તથા આ (हमड) ખૂણાનો સરવાળો ૧૩

મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. બે કાટખૂણાની બરાબર, અને આ (कमह) ખૂણો તે આ (बहम) ખૂણાની બરાબર આ પ્રતિજ્ઞાના પહેલા ભાગ પ્રમાણે છે; માટે આ (हमड) ખૂણાની સાથે આ (कमह) ખૂણાને બદલે, તેની બરાબરનો આ (बहम) ખૂણો મેળવીએ, તો તેનો સરવાળો પણ બે કાટખૂણાની બરાબર છે એ સિદ્ધ.

---

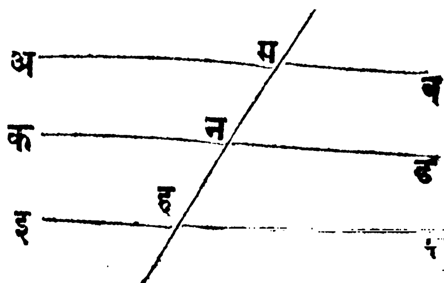
૧ આ પ્રતિજ્ઞા ૨૭ અને ૨૮ નો ઉલટ પક્ષ છે.

૨ આ પ્રતિજ્ઞામાં ત્રણ બાબતો સિદ્ધ કરવાની છે, માટે એ ત્રણે બાબતો સિદ્ધ કરીએ તોજ પૂરી પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરી કહેવાય.

પ્રતિજ્ઞા ૩૦ મો. પ્રમેય.

જો એક (अब) સીધી લીટીની સાથે બીજી બે (कड) તથા (इफ) સીધી લીટીઓ સમાંતર હોયતો, તેઓ (कड તથા इफ) અરસપરસ સમાંતર થશે.

આ (अब) સીધી લીટી સાથે આ (कड) તથા આ (इफ) સમાંતર આપેલીછે, અને આ (कड) તથા આં (इफ) સીધી લીટીઓને અરસપરસ સમાંતર કરવી છે. એ ત્રણે સીધી લીટીઓને આ (मह) સીધી લીટી છેદે છે.



સિદ્ધતા.

આ (अब) તથા આ (कड) સમાંતર છે, તો ૨૯ મી પ્ર૦

तिज्ञा प्रमाणे आ (बमन) तथा आ (कनम) व्युत्क्रम खूणा ब॰ राबर. तेमज आ (अब) तथा आ (इफ) समांतर सीधीलीटी॰ ओ छे, तो २९ मी प्रतिज्ञा प्रमाणे आ (बमन) तथा आ (इह॰ न) व्युत्क्रम खूणा बराबर. हवे आ (कनम) तथा आ (इहन) खूणा बराबर, अने ए बे खूणा बराबर छे, तो २८ मी प्रतिज्ञा प्र. आ (कड) तथा आ (इफ) ए बे सिधी लीटीओ आरस्परस समांतर करवानी हती ते थई ए सिद्ध.

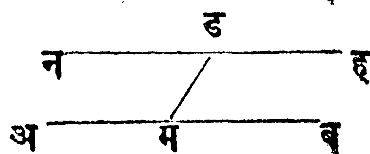
प्रतिज्ञा ३१ मी. कृत्य.

कोइ एक (अब) सीधी लीटीनी समांतर एक कहेला (ड) बिंदुथी एक सीधी लीटी दोरवानुं.

आ एक (अब) सीधी लीटी आपी छे, तेने समांतर आ (ड) बिंदुथी एक सीधी लीटी दोरवी छे.

साधन.

आ कहेली (अब) सीधी लीटीमां आ (म) बिंदु लीधुं. आ (म) तथा आ आपेला (ड) बिंदुने १ ला स्वीकृत० प्र. सांध्यां. आ (ड) बिंदुथी आ (मड) लीटीनी साथे आ (अमड) खूणानी बराबर आ (मडह) खूणो २३ मी प्रतिज्ञा प्र. कर्यो. आ (हड) लीटीने बीजा स्वीकृत. प्र. वधारी, तो आ (हन) सीधी लीटी ते दोरवानी सीधी लीटी थशे.



सिद्धता.

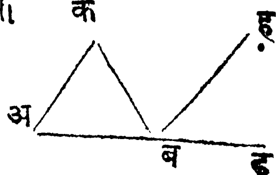
आ (नह) तथा आ (अब) सीधी लीटीओने आ (डम)

સીધી લીટી છેદેછે, અને આ (अमड) ખૂણો તે આ (हडम) ખૂણાની બરાબર ૨૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે કરેલ છે. અને તે વ્યુત્ક્રમ છે; માટે ૨૭ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अब) ને સમાંતર આ (डह) છે, અને તે આપેલા (ड) બિંદુમાંથી દોરાયછે એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૩૨ મી. પ્રમેય.

કોઈ (अबक) ત્રિકોણની એક (अब) બાજુને વધારીએ, તો બાહારનો (कबड) ખૂણો, તેની પાસેના માંહેનાની સામેના બે (अ તથા क) ખૂણાઓના સરવાળાની બરાબર થશે. વળી હરેક ત્રિકોણના માંહેના ત્રણે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર થશે.

આ ત્રિકોણનો આ (कबड) બાહારનો ખૂણો આ (अ) તથા આ (क) ખૂણાના સરવાળાની બરાબર થશે. અને આ (अ તથા ब અને क) ત્રણે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર થશે.



સિદ્ધતા.

આ (अक) ને સમાંતર આ બહારના (ब) ખૂણાના શિરોબિંદુથી આ (बह) સીધી લીટી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે દોરી. હવે આ (अक) તથા આ (बह) સમાંતર લીટીઓને આ (कब) સીધી લીટી છેદે છે, તો ૨૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (बकअ) તથા આ (कबह) વ્યુત્ક્રમ ખૂણા બરાબર. અને આ (अक) તથા આ (बह) સમાંતર લીટીઓને આ (अब) સીધી લીટી છેદે છે, તો ૨૯ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (हबड) બહારનો ખૂણો તે આ (कअब) ખૂણાની બરાબર. તેથી આ (कबह) તથા આ (हबड) ખૂણાઓના સરવા·

ણાની બરાબર આ (क) તથા આ (अ) ખૂણાનો સરવાળો થયો. અને આ (कबह) તથા (हबड) ખૂણાનો સરવાળો તે આ (कबड) બહારનો ખૂણો છે, માટે આ (कबड) બહારના ખૂણાની બરાબર, આ (अ) તથા આ (क) ખૂણાનો સરવાળો થયો એ સિદ્ધ.

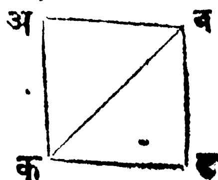
બીજું—આ (अड) લીટી ઉપર આ (कब) લીટી પડેછે, તો ૧૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अबक) તથા આ (कबड) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર. અને આ (कबड) ખૂણો તે આ (क) તથા આ (अ) ખૂણાના સરવાળાની બરાબર આ પ્રતિજ્ઞાના પહેલા ભાગ પ્રમાણે છે. તેથી આ (अबक) ખૂણાની સાથે આ (कबड) ખૂણો નહીં મેળવતાં તેની બરાબરના આ (क) તથા આ (अ) ખૂણા મેળવીએ, તો તેનો સરવાળો પણ બે કાટખૂણાની બરાબર. એટલે આ (अ), આ (ब) અને આ (क) ત્રણે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર થયો એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૩૩ મી. પ્રમેય.

બે સમાન અને સમાંતર સીધી લીટીઓ (अब) તથા (कड)-ના પાસપાસેના છેડાઓને સાંધનારી સીધી લીટીઓ (अक) તથા (बड) પોતે પણ સમાન અને સમાંતર થશે.

સિદ્ધતા.

આ (क) તથા આ (ब) બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત૦ પ્ર૦ સાંધ્યાં.



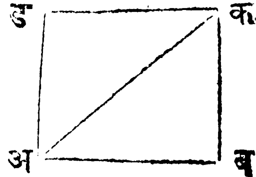
હવે આ (अबक) ત્રિકોણની આ (अब) બાજુ તે આ (कडब) ત્રિકોણની આ (कड) બાજુની બરાબર આપેલ છે, અને આ (कब) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે. અને આ (अब) તથા આ (कड) સમાંતર સીધી લીટીઓને આ

(कब) સીધી લીટી છેદે છે, તો ૨૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (कबअ) તથા આ (बकड) વ્યુત્ક્રમ ખૂણા બરાબર; તેથી ૪થી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (अक) તથા આ (बड) બાજુઓ બરાબર. એટલે સમાન કરવી હતી તે આ થઈ. અને આ (डबक) ખૂણો આ (अकब) ખૂણાની પણ બરાબર.

હવે આ (अक) તથા આ (बड) સીધી લીટીઓને આ (कब) સીધી લીટી છેદે છે, અને આ (डबक) તથા આ (अकब) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે, તો ૨૭ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (अक) તથા આ (बड) સમાંતર સીધી લીટીઓ છે તે પણ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૩૪ મી. પ્રમેય.

કોઇ (डब) સમાંતર બાજુ ચોખૂણની સામ સામેની બાજુઓ (डक તથા अब અને डअ તથા कब) બરાબર થશે, અને સામસામેના ખૂણાઓ (ड તથા ब અને अ તથા क) પણ બરાબર થશે. અને સમાંતરબાજુચોખૂણુ તે તેના કર્ણ (अक) થી દુભગાશે.



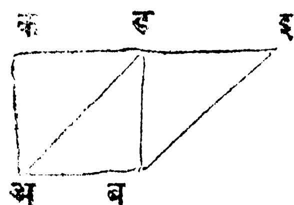
સિદ્ધતા.

આ (डक) તથા આ (अब) સમાંતર લીટીઓને આ (अक) સીધી લીટી છેદે છે, તો ૨૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (अकड) તથા આ (कअब) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર. અને આ (डअ) તથા આ (कब) સમાંતર લીટીઓને આ (अक) સીધી લીટી છેદે છે, તો ૨૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (डअक) તથા આ (बकअ) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર.

હવે આ (अकड) ત્રિકોણના આ (डअक) તથા આ (अकड) ખૂણાઓ અનુક્રમે આ (अबक) ત્રિકોણના આ (बकअ) તથા આ (कअब) ખૂણાની બરાબર કરી ગયા, અને આ (अक) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે, તો ૨૬મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (अकड) ત્રિકોણ તે આ (अबक) ત્રિકોણની બરાબર. એટલે કર્ણ લીટીથી આપેલ સમાંતર બાજુ ચોખૂણ દુભાગાયો. અને આ (डक) તથા આ (अब) બાજુઓ અને આ (डअ) તથા આ (कब) બાજુઓ બરાબર. એટલે સામસામેની બાજુઓ બરાબર કરવાની હતી તે થઇ. તેમ-જ આ (ड) ખૂણો તે આ (ब) ખૂણાની બરાબર હવે આ (डअक) ખૂણો તે આ (बकअ) ખૂણાની બરાબર છે. તેમાં આ (कअब) તથા આ (अकड) બરાબર ખૂણાઓ મેળવ્યા, તો બીજા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર૦ આ (डअब) ખૂણો તે આ (बकड) ખૂણાની બરાબર. એટલે સામસામેના ખૂણા પણ બરાબર થયા.

પ્રતિજ્ઞા ૩૫ મી. પ્રમેય.

એક (अब) પાયા ઉપરના અને એકજ (कइ) સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (बक તથા अइ) સઘળા સમાંતર બાજુ ચોખૂણો બરાબર થશે.

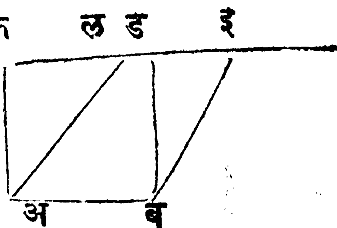


સિદ્ધતા.

આ (अक) તથા આ (बह) સમાંતર લીટીઓને આ (इक)

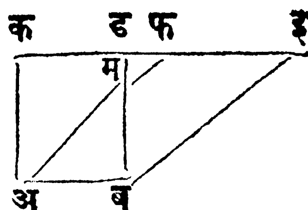
સીધી લીટી છેદેછે, તો ૨૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (डकअ) ખૂણો આ (इडब) ખૂણાની બરાબર. અને આ (अड) તથા આ (बइ) સમાંતર લીટીઓને આ (डइ) સીધી લીટી છેદેછે, તો ૨૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (अडक) ખૂણો તે આ (बइड) ખૂણાની બરાબર. હવે આ (अडक) ત્રિકોણના આ (डकअ) તથા આ (अडक) ખૂણાઓ અનુક્રમે આ (बइड) ત્રિકોણના આ (इडब) તથા આ (बइड) ખૂણાની બરાબર કરી ગયા, અને આ (अक) બાજુ તે આ (बड) બાજુની બરાબર ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે; તેથી ૨૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (अडक) તથા આ (बइड) ત્રિકોણો સરખા. એ બંને ત્રિકોણોમાં આ (अबड) ત્રિકોણ મેળવ્યો, તો બીજા પ્રત્યક્ષ૦ પ્રમાણે આ (बक) તથા આ (अइ) સમાંતરબાજુચોખૂણો સરખા એ સિદ્ધ.

૨ ધારો કે આ (अड) સમાંતરબાજુચોખૂણની આ (कड) બાજુ આ (अइ) સમાંતરબાજુચોખૂણની એક બાજુ અડેછે. આવી રીતે સમાંતરબાજુચોખૂણ કરેલાહોય તો ૧ લી આકૃતિ પ્રમાણે ૨૬ મી પ્રતિજ્ઞા લાગુ કરીને પડખાના બંને ત્રિકોણ સરખા કરી, બંનેમાં વચ્ચેનો ભાગ મેળવવો. એટલે બંને સમાંતરબાજુચોખૂણ સરખા થશે.



૩ ધારો કે આ (अ ड) સમાંતરબાજુચોખૂણની આ (कड) મથાળાની બાજુને આ (अइ) સમાંતર બાજુ ચોખૂણની કોઇ બાજુ અડકતી નથી, તો પહેલી રીત પ્રમાણે આ (अफक)

તથા આ (बइड) ત્રિકોણો ૨૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે સરખા કરવા, પછી તેમાંથી આ (मफड) ત્રિકોણ બાદ કરવાથી અને આ (अवम) ત્રિકોણ ઉમેરવાથી બંને સમાંતરબાજુચોખૂણ સરખા થશે.



---

૧ એકજ પાયા ઉપર અને એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચે જેટલા સમાંતરબાજુચોખૂણો કરવા હોય, તેટલા થઈ શકે છે અને તેઓ સઘળા બરાબરજ હોય છે.

૨ એકજ પાયા ઉપર અને એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના બે સમાંતરબાજુચોખૂણો ત્રણ રીતે કાઢી શકાય છે. ૧ એક સમાંતરબાજુચોખૂણની એક બાજુ બીજા સમાંતરબાજુચોખૂણનો કર્ણ થાય. ૨ એક સમાંતરબાજુચોખૂણની પાયા સામેની બાજુને, બીજા સમાંતરબાજુચોખૂણની એક બાજુ ગળતા હોય. ૩ એક સમાંતરબાજુચોખૂણના પાયા સામેની બાજુને, બીજા સમાંતરબાજુચોખૂણની કોઇપણ બાજુ અડતી ન હોય.

૩ આ પ્રતિજ્ઞા ૪ થી, ૮ મી, અને ૨૬ મી પ્રતિજ્ઞા માંહેની હરકોઇનો ઉપયોગ કરવાથી થઈ શકેછે, પણ ૨૬ મી પ્રમાણે કરવું તે વધારે સેહેલું છે.

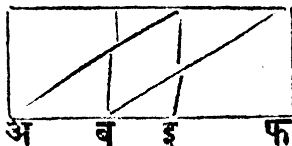
૪ સમાંતરબાજુચોખૂણો બરાબર થશે, એટલે ક્ષેત્રફળ બરાબર થશે, પણ ખૂણા કે બાજુઓ સરખાં થશે તેમ સમજવું નહિ.

૫ પાયાને સમાંતર એકજ સીધી લીટી એટલે એક સમાંતરબાજુચોખૂણમાં પાયાને સમાંતર જે સીધી લીટી લીધી હોય, તેજ સીધી લીટી બીજા સમાંતરબાજુચોખૂણામાં પાયાને સમાંતર હોવી જોઇએ. તેનાથી ઉંચી કે નીચી હોવી ન જોઈએ.

પ્રતિજ્ઞા ૩૬ મી. પ્રમેય.

બરાબર (अब તથા इफ) પાયા ઉપરના અને એકજ (कन) સમાંતર લીટી વચ્ચેના (अड તથા इन) સમાંતરબાજુચોખૂણો બરાબર થશે.

આ (अ) તથા આ (म) બિંદુઓને અને આ (ब) તથા આ (न) બિંદુઓને પેહેલા સ્વીકૃત. પ્ર૦ સાંધ્યાં. હવે આ (अब) તથા આ (इफ) ઉપન્યાસ પ્રમાણે બરાબર.



અને આ (इफ) ને આ (मन) તે ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે બરાબર. એટલે આ (इफ)ની બરાબર આ (अब) તથા આ (मन) થઇ તેથી ૧ લા પ્રત્યક્ષ પ્ર. તે બન્ને બરાબર એ સમાંતર આપેલી છે, માટે ૩૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (अम) તથા આ (बन) સમાંતર, તેથી આ (बम) સમાંતરબાજુચોખૂણ છે.

સિદ્ધતા.

હવે આ (अब) પાયા ઉપર અને આ (कन) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (अड) તથા આ (अन) સમાંતર બાજુ ચોખૂણો ૩૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ બરાબર અને આ (मन) પાયા ઉપરના અને આ (अफ) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (अन) તથા આ (इन) સમાંતરબાજુચોખૂણો ૩૫મી પ્રતિજ્ઞા.પ્ર. બરાબર. એટલે આ (अन) સમાંતરબાજુચોખૂણની બરાબર આ (अड) તથા આ (इन) સમાંતરબાજુચોખૂણો થયા. તેથી ૧ લા પ્રત્યક્ષ. પ્ર. આ (अड) સમાંતરબાજુચોખૂણને આ (इन)ની બરાબર કરવાનો હતો તે આ થયો એ સિદ્ધ.

---

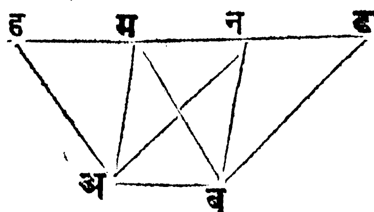
૧ આ પ્રતિજ્ઞામાં બરાબર પાયા આપેલાછે, તે એકજ સીધી

લીટીમાં આપેલા છે એવું ધારેલું છે; જો એમ ન હોય તો સિદ્ધ થાય નહીં.

૨ આ પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરવામાં એક સમાંતરબાજુચોખૂણના પાયાના છેડા બિંદુઓને બીજા સમાંતરબાજુચોખૂણના પાયા સામેની બાજુના છેડા બિંદુઓ સાથે અનુક્રમે સાંધવાં.

પ્રતિજ્ઞા ૩૭ મી. પ્રમેય.

એકજ (अब) પાયા ઉપરના અને એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના (આ अबम તથા अबन) સઘળા ત્રિકોણો બરાબર થશે.



સિદ્ધતા.

આ (बम) ને સમાંતર આ (अ) બિંદુથી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. આ (अह) સીધી લીટી દોરી. અને આ (अन) બાજુને સમાંતર આ (ब) બિંદુથી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. આ (बड) સીધી લીટી દોરી.

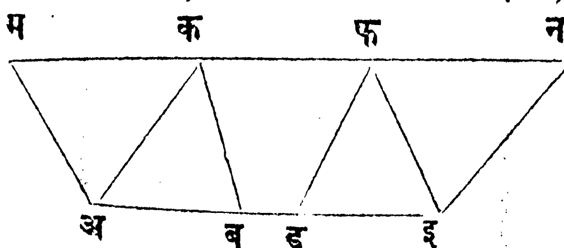
હવે આ (अब) પાયાને સમાંતર આ (हड) સીધી લીટી આપેલી છે, અને આ (बम) ને સમાંતર આ (अह) અને આ (अन) ને સમાંતર આ (बड) સીધી લીટી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે દોરી છે, માટે એ બંને સમાંતરબાજુચોખૂણો થયા.

હવે આ (अब) એકજ પાયા ઉપર અને આ (हड) એકજ

સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (बह) તથા આ (अड) સમાંતર બાજુચોખૂણો છે, માટે તે ૩૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. બરાબર. હવે આ (बह) સમાંતરબાજુચોખૂણ આ (अम) કર્ણ લીટીથી ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. દુભગાય છે, માટે આ (अबम) ત્રિકોણ આ (बह) સમાંતરબાજુચોખૂણનો અર્દ્ધ છે. તેમજ આ (अड) સમાંતરબાજુચોખૂણ આ (बन) કર્ણથી ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. દુભગાય છે, માટે આ આપેલ (अबन) ત્રિકોણ તેનું અર્દ્ધ છે. હવે આ (बह) તથા આ (अड) બરાબર સમાંતરબાજુચોખૂણોના આ (अबम) તથા આ (अबन) અર્દ્ધા તે ૭ મા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર૦ બરાબર, એટલે આ (अबम) તથા (अबन) ત્રિકોણો બરાબર કરવાના હતા તે થયા એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૩૮ મી. પ્રમેય.

બરાબર (अब તથા डइ) પાયા ઉપરના અને એકજ (मन) સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (अबक તથા डइफ) સઘળા ત્રિકોણો બરાબર થશે.



સિદ્ધતા.

આ (बक) ને સમાંતર આ (अ) બિંદુથી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (अम) સીધી લીટી દોરી, અને આ (डफ) ને સમાંતર

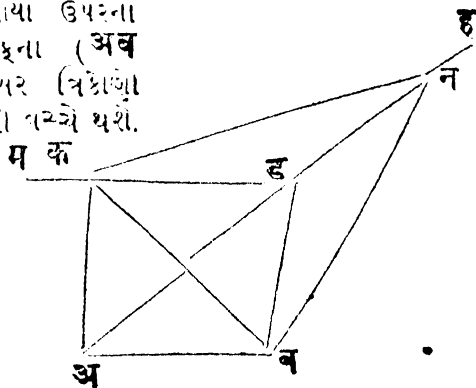
આ (इ) બિંદુથી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (इन) સીધી લીટી દોરી.

હવે આ (अब) તથા આ (डइ) પાયાઓને સમાંતર આ (मन) લીટી આપેલી છે, અને આ (बक) તથા આ (डफ) ને સમાંતર અનુક્રમે આ (अम) તથા આ (डन) ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ દોરી છે, માટે તે બંને સમાંતરબાજુચોખૂણો છે.

હવે આ (अब) અને આ (डइ) બરાબર પાયા ઉપર અને આ (मन) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના એ બે સમાંતરબાજુ-ચોખૂણો છે, માટે ૩૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ બરાબર. અને એ બંને ચોખૂણો અનુક્રમે આ (अक) અને આ (इफ) કર્ણથી ૩૪ મી પ્ર-તિજ્ઞા પ્ર૦ દુભાગાય છે, માટે આ (बम) અને આ (डन) બરા-બર સમાંતર બાજુ ચોખૂણના અનુક્રમે આ (अबक) અને આ (डइफ) એ અર્દ્ધા ૭ મા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર૦ બરાબર એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૩૯ મી. પ્રમેય.

એકજ (अब) પાયા ઉપરના અને તેની એકજ તરફના (अबक તથા अबड) બરાબર ત્રિકોણો એકજ સમાંતર લીટીની વચ્ચે થશે.



સિદ્ધતા.

આ (क) તથા આ (ड) બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત૦ પ્ર૦ સાંધ્યાં તો આ (कड) સીધી લીટી આ (अब) પાયાને સમાંતર થશે.

ધારો કે આ (अब) પાયાને સમાંતર આ (कड) સીધી લીટી નથી, પણ આ (कह) છે. તો આ (अड) બાજુને બીજા સ્વીકૃત૦ પ્ર૦ આ (कह) ને મળતાં સુધી વધારી, અને આ (ब) તથા આ (न) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃત૦ પ્ર૦ સાંધ્યાં.

હવે આ (अब) એકજ પાયા ઉપર અને આ દોરેલી (कह) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (अबक) તથા આ (अबन) ત્રિકોણો ૩૭ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે બરાબર. અને આ (अबक) ત્રિકોણ આ (अबड) ત્રિકોણની બરાબર ઉપન્યાસ પ્રમાણે છે. તેથી ૧ લા પ્રત્યક્ષ૦ પ્રમાણે આ (अबड) તથા આ (अबन) ત્રિકોણો બરાબર. હવે આ (अबड) ત્રિકોણ આ (अबन) ત્રિકોણનો ભાગ છે અને તેની બરાબર થાય એ ૯ મા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી ઉલટું. માટે આ (अब) ને સમાંતર આ (कह) નથી. તેમજ બીજી કોઈપણ નહીં થાય, માટે આ (अब) ને સમાંતર આ (कड) છે એ સિદ્ધ.



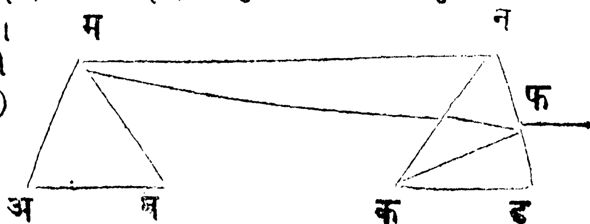
૧ દોરવાની સમાંતર લીટી ત્રિકોણના શિરોબિંદુઓને સાંધનારી લીટીની અંદર પાડીએ, તોપણ ૯ મા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી ઉલટું થશે. માટે તે પણ સમાંતર નહીં થાય. આ પ્રતિજ્ઞા ૩૭ મી પ્રતિજ્ઞાનો ઊલટ પક્ષ છે.



પ્રતિજ્ઞા ૪૦ મી. પ્રમેય.

બરાબર પાયા (अब तथा कड) ઉપરના અને તેની એકજ તરફના આ (अबम तथा कडन) બરાબર ત્રિકોણો એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચે થશે.

આ (म) તથા આ(न) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃત૦ પ્રમાણે સાંધ્યાં, તો આ (मन) લીટી આ (अब) તથા (कड) પાયાઓને સમાંતર થશે.



સિદ્ધતા.

ધારો કે આ (मन) સમાંતર નથી, પણ આ (मफ) સમાંતર છે. હવે આ (क) તથા આ (फ) બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત૦ પ્રમાણે સાંધ્યાં, તો આ (अब) તથા આ (कड) બરાબર પાયા ઉપરના અને આ દોરેલી (मफ) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (अबम) તથા આ (कडफ) ત્રિકોણો ૩૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે બરાબર.

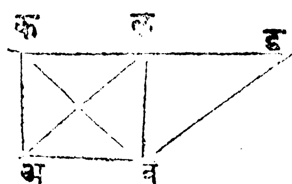
હવે આ (अबम) ત્રિકોણ આ (कडन) ત્રિકોણની બરાબર ઉપન્યાસ પ્રમાણે છે, તેથી પેહેલા પ્રત્યક્ષ૦ પ્રમાણે આ (कडफ) તથા આ (कडन) ત્રિકોણો બરાબર. હવે આ (कडफ) ત્રિકોણ આ (कडन) ત્રિકોણનો ભાગ છે અને તેની બરાબર થાય એ ૯ મા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી ઉલટું; માટે આ (अब) તથા (कड) બરાબર

પાયાઓને સમાંતર આ (मफ) નથી, તેવી રીતે બીજી કોઈપણું નહીં થાય, માટે આ (मन) સમાંતર છે એ સિદ્ધ.

આ પ્રતિજ્ઞા ૩૮ મી પ્રતિજ્ઞાનો ઉલટ પક્ષ છે.

પ્રતિજ્ઞા ૪૨ મી. પ્રમેય.

એકજ (अब) પાયા ઉપરના અને એકજ (कड) સમાંતર લીટી વચ્ચેના એક (अबक) ત્રિકોણ કરતાં એક (अड) સમાંતર બાજુ ચોખૂણ બમણો થશે.



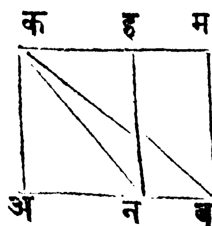
સિદ્ધતા.

આ (ब) તથા આ (ल) બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત. પ્ર. સાંધ્યાં, હવે આ (अब) એકજ પાયા ઉપરના અને આ (कल) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (अबक) તથા આ (अबल) ત્રિકોણો ૩૭ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. બરાબર અને આ (अड) સમાંતરબાજુચોખૂણ આ (बल) કર્ણથી ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. દુભગાય છે, માટે આ (अबल) ત્રિકોણ કરતાં આ (अड) સમાંતરબાજુચોખૂણ બમણો અને આ (अबल) ત્રિકોણ તે આ આપેલા (अबक) ત્રિકોણની બરાબર છે, તેથી આ (अबक) આપેલા ત્રિકોણ કરતાં પણ આ (अड) સમાંતરબાજુચોખૂણ બમણો. એટલે ત્રિકોણ કરતાં સમાંતરબાજુચોખૂણ બમણો કરવાનો હતો તે થયો એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૪૨ મી. કૃત્ય.

એક કહેલા (अबक) ત્રિકોણની બરાબર અને જેનો ખૂણો એક કહેલા (ड) ખૂણાની બરાબર થાય, એવો એક સમાંતર બાજુ ચોખુણ કરવાનું.





સાધન.

આ (अब) ને સમાંતર આ (क) બિંદુથી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (कम) સીધી લીટી દોરી, આ (अब) પાયાને ૧૦ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (न) બિંદુ પાસે દુભાગ્યો. આ (न) તથા આ (क) બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત. પ્ર. સાંધ્યાં, અને આ (न) બિંદુથી આ (नब) સીધી લીટીની સાથે આ (ड) ખૂણાની બરાબર ખૂણો ૨૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. કર્યો. ખૂણો કરનારી બાજુને આ (कम) ને મળતાં સુધી બીજા સ્વીકૃત. પ્ર. વધારી, અને આ (नह) ને સમાંતર આ (ब) બિંદુથી આ (बम) સીધી લીટી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. દોરી, તો કરવાનો સમાંતર બાજુ ચોખૂણ તે આ (नम) થશે.

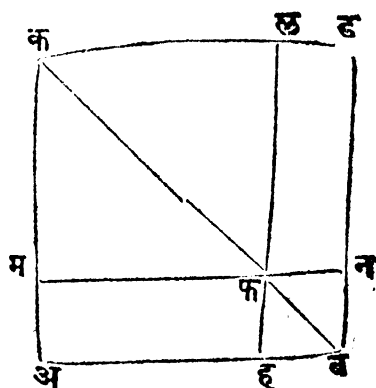
સિદ્ધતા.

આ (अन) તથા આ (बन) બરાબર પાયા ઉપરના તથા (कह) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (अनक) તથા આ (नबक)

ત્રિકોણો ૩૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ બરાબર, તેથી આ (नबक) ત્રિકોણ કરતાં, તેની સાથે તેની બરાબરનો આ (अनक) ત્રિકોણ મેળવ્યો, તો આ (अबक) ત્રિકોણ થયો તે બમણો છે. હવે આ (नब) એકજ પાયા ઉપરના અને આ (कन) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (नबक) ત્રિકોણ કરતાં આ (नम) સમાંતરબાજુચોખૂણ ૪૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ બમણો. અને આ (नबक) કરતાં આ (अबक) ત્રિકોણ બમણો કરી ગયા છીયે. માટે ૬ઠ્ઠા પ્રત્યક્ષ૦પ્ર૦ આ (अबक) ત્રિકોણની બરાબર આ (नम) સમાંતરબાજુચોખૂણ થયો. અને તેનો આ (कनब) ખૂણો તે આ કહેલા (ड) ખૂણાની બરાબર કરેલ છે, માટે કરવાનો સમાંતરબાજુચોખૂણ તે આ (नम) થયો એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૪૩ મી. પ્રમેય.

એક (अड) સમાંતરબાજુચોખૂણમાં (बक) કર્ણની આસપાસના (हन તથા मल) સમાંતર બાજુ ચોખૂણની પૂરવણીઓ (फड તથા अफ) બરાબર થશે.



આ (बक) કર્ણમાં આ (फ) બિંદુ લીધું. ત્યાંથી ૩૧ મી

પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (अक) અથવા આ (बड) ને સમાંતર આ (फल) લીટી દોરી. અને તેને આ (अब) ને મળતાં સુધી બીજા સ્વીકૃત૦પ્ર૦ વધારી. તેમજ આ (फ) બિંદુથી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (अब) અથવા આ (कड) ને સમાંતર આ (फम) સીધી લીટી દોરી તેને બીજા સ્વીકૃત૦ પ્ર૦ આ (बड) ને મળતાં સુધી વધારી.

સિદ્ધતા.

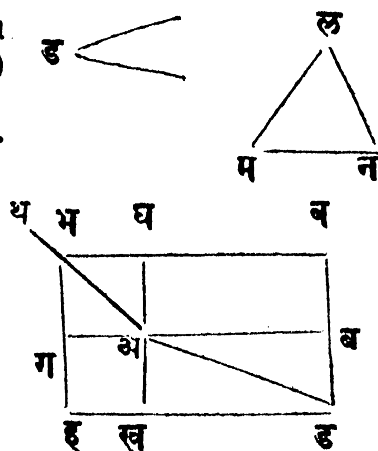
હવે આ (मल) સમાંતરબાજુચોખૂણુ આકૃતિરચના પ્રમાણે છે. તેને આ (फक) કર્ણ ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ દુભાગે છે, માટે આ (मफक) તથા આ (फलक) ત્રિકોણો બરાબર. તેમજ આ (हन) આકૃતિ રચના પ્ર. સમાંતરબાજુચોખૂણુ છે. તેને આ (बफ) કર્ણ ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ દુભાગેછે, માટે આ (हबफ) તથા આ (बनफ) ત્રિકોણો બરાબર. એટલે આ (मफक) તથા આ (फलक) બરાબર ત્રિકોણોમાં અનુક્રમે આ (हबफ) તથા આ (बनफ) બરાબર ત્રિકોણો મેળવ્યા, તો બીજા પ્રત્યક્ષ પ્ર૦ આ (मफक) તથા આ (हबफ) ત્રિકોણોનો સરવાળો આ (फलक) તથા આ (बनफ) ત્રિકોણોના સરવાળાની બરાબર.

હવે આ (अड) સમાંતરબાજુચોખૂણુને આ (बक) કર્ણ ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે દુભાગેછે. તેથી આ (अबक) તથા આ (बडक) ત્રિકોણો સરખાછે. એ બંને બરાબર પરિમિતોમાંથી અનુક્રમે આ (मफक તથા हबफ) સરવાળો અને આ (फलक તથા बनफ) સરવાળો જે બરાબર કરી ગયા છીએ, તે બાદ કરીએ તો ૩ જા પ્રત્યક્ષ. પ્રમાણે આ (अफ) પૂરવણી તે આ (फड)

પૂરવણીની બરાબર રહી એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૪૪ મી. કૃત્ય.

એક કહેલી (अब) સીધી લીટી ઉપર એક કહેલા (मनल) ત્રિકોણની બરાબર અને જેનો એક ખૂણો એક કહેલા (ड) ખૂણાની બરાબર થાય, એવો એક સમાંતરબાજુચોખૂણ લગાડવાનું.



સાધન.

આ આપેલી (अब) સીધી લીટીની સાથે જેની એક બાજુ સીધી લીટીમાં આવે એવી રીતે આ (मनल) ત્રિકોણની બરાબર અને જેનો એક ખૂણો આ (ड) ખૂણાની બરાબર થાય, એવો આ (अह) સમાંતરબાજુચોખૂણ ૪૨ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે કર્યો.

હવે આ (हख)ને બીજા સ્વીકૃત. પ્રમાણે આ(ड) બિંદુ સુધી વધારી, અને આ (हग અથવા खअ)ને સમાંતર આ આપેલી લીટીના આ (ब) બિંદુથી ૩૧મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (बड) સીધી લીટી દોરી, અને આ (ड) તથા આ (अ) બિંદુઓને ૧લા સ્વીકૃત. પ્ર. સાંધ્યાં. અને આ સાંધનારી (डअ) લીટીને બીજા સ્વીકૃત. પ્ર. આ

(घ) બિંદુ સુધી વધારી, અને આ (हग) બાજુને બીજા સ્વીકૃત. પ્રમાણે મળતાં સુધી વધારી. તો આ (डथ) ને મળશે, કારણ કે આ (हग) તથા આ (ड ब) સમાંતર લીટીઓ છે તો ૨૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (ह તથા ड)ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર અને આ (ह) તથા (खड अ) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો તેથી ૧૨ મા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ પ્રમાણે મળી જશે. આ (ग ब) અથવા આ (हड) ને સમાંતર આ (भ) બિંદુથી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (भव) સીધી લીટી દોરી. આ (खअ) તથા (डब) સીધી લીટીઓને આ (भव) ને મળતાં સુધી બીજા સ્વીકૃત. પ્ર૦ વધારી તો, કરવાનો સમાંતરબાજુચોખૂણ તે આ (अव) થશે.

સિદ્ધતા.

આ (हड) ને સમાંતર આ (भव) ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ દોરી છે. અને આ (हग) ની સમાંતર આ (डव) બાજુ પણ ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ દોરી છે, માટે એ સમાંતરબાજુચોખૂણ છે, તેથી ૪૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (डभ) કર્ણ લીટીની આસપાસની આ (अह) તથા આ (अव) પૂરવણીઓ બરાબર છે. અને આ (खअग) ખૂણો તે આ (घअब) ખૂણાની બરાબર ૧૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ છે. હવે આ (अह) સમાંતરબાજુચોખૂણ તે આ આપેલા (मनल) ત્રિકોણની બરાબર કરેલ છે; અને તેનો આ (खअग) ખૂણો તે આપેલા (ह) ખૂણાની બરાબર રાખેલ છે. અને આ (अह) સમાંતરબાજુચોખૂણ તે આ (अव) ની બરાબર થયો છે, માટે ૧ લા પ્રત્યક્ષ. પ્ર૦ આ (अव) સમાંતરબાજુચોખૂણ તે આ આપેલા (मनल) ત્રિકોણની બરાબર. અને તેનો આ (घअब) ખૂણો તે આપેલા (ह) ખૂણાની બરાબર થયો. અને તે

આ આપેલી (अब) લીટીને લગાડેલો છે એ સિદ્ધ.

---

૧ આ પ્રતિજ્ઞા ૪૨ મી પ્રતિજ્ઞાને મળતી છે. ફેર માત્ર એટલો-જ છે, કે ૪૨ મી પ્રતિજ્ઞામાં સમાંતરબાજુચોખૂણ કરવાનોછે. અને આમાં એક આપેલી લીટી સાથે સમાંતરબાજુચોખૂણ લગાડવો છે.

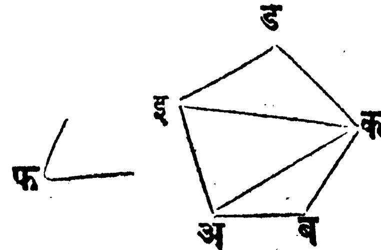
૨ કહેલી લીટીના એક છેડા બિંદુથી, સમાંતરબાજુચોખૂણ કરવો તે એવી રીતે કે તેની એક બાજુ આપેલી લીટીની સાથે સીધી લીટીમાં આવે, અને કહેલો ખૂણો તે લીટીના છેડા બિંદુ પાસે આવે.

૩ સમાંતરબાજુચોખૂણની બાજુઓને સમાંતર થાય, એવી આપેલી લીટીના બીજા છેડા બિંદુથી એક લીટી દોરવી, અને તેની સાથે સમાંતરબાજુચોખૂણની બાજુને વધારીને અડાડવી.

૪ કરેલા સમાંતરબાજુચોખૂણનો જે ખૂણો આપેલા ખૂણાની બરાબર રાખેલો હોય, તેને તેની સામેના ખૂણા સાથે સાંધવો. પછી એ કર્ણને આપેલી લીટીના છેડા બિંદુમાં થઈને જાય એમ વધારવો. પછી બીજી આકૃતિ રચના કરવામાં ભૂલ નહિ થાય.

પ્રતિજ્ઞા ૪૫ મી કૃત્ય.

કોઈ પણ (अबकडइ) સીધી લીટી આકૃતિની બરાબર અને જેનો એક ખૂણો કહેલા (फ) ખૂણાની બરાબર થાય, એવો એક સમાંતરબાજુચોખૂણ કરવાનું.



સાધન.

આ (अ) તથા આ (क) બિંદુઓને તેમજ આ (इ) તથા આ (क) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃત. પ્ર. સાંધ્યાં, હવે આ (अबक) ત્રિકોણની બરાબર અને તેનો એક ખૂણો આ (फ) ખૂણાની બરાબર થાય એવો આ (म न) સમાંતરબાજુચોખૂણ ૪૨ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે કર્યો. અને આ (मळ) બાજુ ઉપર આ (अकइ) ત્રિકોણની બરાબર અને આ (फ) ખૂણાની બરાબર ખૂણો થાય એવો આ (गल) સમાંતરબાજુચોખૂણ ૪૪ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. લગાડ્યો. તેવીજ રીતે આ (गख) બાજુ ઊપર (इकड) ત્રિકોણની બરાબર આ (चख) સમાંતરબાજુચોખૂણ ૪૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. લગાડ્યો, તો કરવાનો સમાંતરબાજુચોખૂણ તે આ (चन) થશે. અને તેનો આ (प) ખૂણો તે આ આપેલા (फ) ખૂણાની બરાબર થશે.

સિદ્ધતા.

હવે આ (पन) ને સમાંતર આ (मळ) અને આ (मल) ને સમાંતર આ (गख) અને આ (गख) ને સમાંતર આ (चव) આકૃતિ રચના પ્રમાણે છે, માટે ૩૦ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (पन) તથા આ (चव) એ અરસ્પરસ સમાંતર છે.

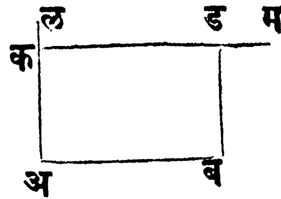
હવે આ (पन) તથા આ (मल) સમાંતર લીટીઓને આ (पम) સીધી લીટી છેદે છે, તો ૨૯ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. આ (नपम) તથા આ (पमळ) ખૂણાઓનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર. હવે આ (नपम) ખૂણો તે આ (ळमग) ખૂણાની બરાબર આકૃતિ

રચના પ્રમાણે છે. માટે આ (**पमल**) તથા આ (**लमग**) ખૂણા- નો સરવાળો પણ બે કાટખૂણાની બરાબર. હવે આ (**मल**) સીધી લીટીને આ (**गम**) તથા આ (**पम**) સીધી લીટીઓ મળે છે. અ- ને આ ખૂણાઓનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર છે, તો ૧૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (**पग**) સીધી લીટી છે તેજ પ્રમાણે (**पच**) આખી સીધી લીટી છે.

હવે આ (**नपम**) ખૂણો તે આ (**मलन**) ખૂણાની બરાબર ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. છે, અને (**नम**) ખૂણો આકૃતિ રચના પ્રમાણે (**लमग**) ખૂણાની પણ બરાબર છે, તો ૧ લા પ્રત્યક્ષ. પ્ર. આ (मलन) તે આ (लमग) ખૂણાની બરાબર. હવે આ (मग) તથા આ (**लख**) સમાંતર લીટીઓને આ (मल) સમાંતર લીટી છેદે છે, તો ૨૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (लमग) તથા આ (खलम) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાના સરવાળાની બરાબર અને આ (लमग) ખૂ- ણો એ આ (मलन) ખૂણાની બરાબર કરી ગયા. માટે આ (**मलन**) તથા આ (**खलम**) ખૂણાઓનો સરવાળો પણ બે કાટખૂણાની બરાબર. અને જ્યારે તેઓનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર છે, ત્યારે ૧૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (नख) અખંડ લીટી છે. તેજ પ્રમાણે આ (नव) પણ અખંડ સીધી લીટી છે અને આકૃતિ રચના પ્રમાણે સમાંતર પણ છે, તેથી આ આખો (चन) સમાંતરબાજુચોખૂણ આ આ- પેલી (**अबकडइ**) સીધી લીટી આકૃતિની બરાબર થયો. અને તેનો આ (प) ખૂણો આપેલા (फ) ખૂણાની બરાબર આકૃતિ રચના પ્રમાણે થયો એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૪૬ મી. કૃત્ય.

એક કહેલી (अब) સીધી લીટી ઉપર એક ચોરસ કરવાનું.



સાધન.

આ (अब) સીધી લીટીના આ (अ) છેડા બિંદુથી આ (अल) લંબ ૧૧ માં પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. દોર્યો. અને આ (अल) લીટીમાંથી આ આપેલી (अब) ની બરાબર આ (अक) ભાગ ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. કાપ્યો. આ (क) બિંદુથી આ આપેલી (अब) સીધી લીટીને સમાંતર ૩૧ મી પ્રતિ. પ્ર. આ (कम) સીધી લીટી દોરી, અને આ આપેલી (अब) લીટીના આ (ब) બિંદુથી આ (अक) ને સમાંતર ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. આ (बड) સીધી લીટી દોરી, તો કરવાનો ચોરસ તે આ [अड) થશે.

સિદ્ધતા.

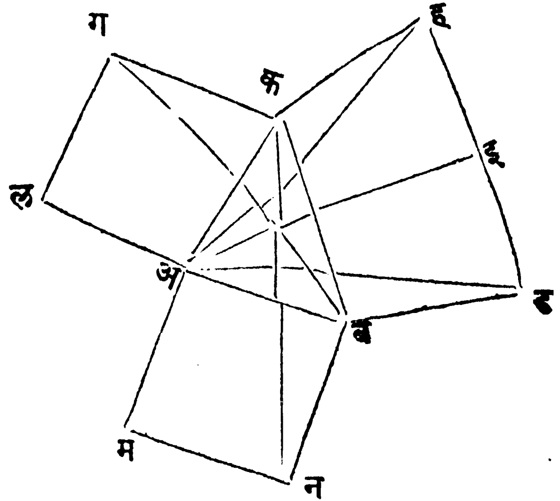
આ (अब) ને સમાંતર આ (कड) દોરેલી છે, ને આ (अक) ને સમાંતર આ (बड) દોરેલી છે, માટે આ (अड) સમાંતરબાજુચોખૂણુ છે. હવે તે સમાંતરબાજુચોખૂણુ છે, માટે ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (अब) બાજુ તે આ (कड) ની બરાબર ને આ (अक) બાજુ આ (बड) ની બરાબર અને આ (अ) ખૂણો તે આ (ड) ખૂણાની બરાબર અને આ (ब) ખૂણો તે આ (क) ખૂણાની

બરાબર. હવે આ (अब) ની બરાબર આ (अक) કાપીને રાખી છે. માટે તે બંને બરાબર છે અને આ (अब) ની બરાબર આ (कड) કરી ગયા. અને આ (अक) ની બરાબર આ (बड) કરી ગયા—માટે તે ચારે ૧લા પ્રત્યક્ષ. પ્ર૦ આરસ્પરસ બરાબર, એટલે ચારે બાજુઓ બરાબર કરવી હતી તે થઈ. હવે આ अ ખૂણો ૧૦ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે કાટખૂણો છે, અને તેનીજ બરાબર આ (ड) ખૂણો છે, માટે તે પણ કાટખૂણો. અને આ (अब) તથા આ (कड) સમાંતર લીટીઓ આકૃતિ રચના પ્રમાણે છે, માટે આ (अ) તથા આ (क) ખૂણાનો સરવાળો ર૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે બે કાટખૂણાની બરાબર. તે માંહેલો આ (अ) ખૂણો એક કાટખૂણો છે, તો આ (क) ખૂણો પણ કાટખૂણો. અને આ (क) ખૂણાની બરાબરજ આ (ब) ખૂણો છે, તો તે પણ કાટખૂણો, એટલે એ ચારે ખૂણા કાટખૂણા થયા, તો તે ૧૧ મા પ્રત્યક્ષ. પ્ર૦ બરાબર એટલે ૩૧ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે આ (अड) ચોરસ છે એ સિદ્ધ.



પ્રતિજ્ઞા ૪૭ મી. પ્રમેય.

કોઇ પણ (बअक) કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કાટખૂણા સામેના (बक) કર્ણનો વર્ગ તે કાટખૂણો કરનારી (अब તથા अक) બાજુઓના વર્ગોના સરવાળાની બરાબર થશે.



સિદ્ધતા.

આ (अब) તથા આ (बक) તથા આ (अक) બાજુઓ ઉપર અનુક્રમે આ (मब) તથા આ (बड) તથા આ (लक), ચોરસો ૪૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ કર્યા. આ (बड) અથવા આ (कइ) ને સમાંતર આ (अ) બિંદુથી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (अह) સીધી લીટી દોરી. અને આ (अ) તથા આ [ड] બિંદુઓને, તેમજ આ (न) તથા આ (क) બિંદુઓને તેમજ આ (अ) તથા આ (इ) બિંદુઓને, તેમજ આ (ब) તથા આ (ग) બિંદુઓને, ૧ લા સ્વીકૃત. પ્ર૦ સાંધ્યાં.

હવે આ (अबड) ત્રિકોણની આ (अब) તથા આ (बड) બાજુ આ (नवक) ત્રિકોણની અનુક્રમે આ (नव) તથા આ (वक) બાજુઓની બરાબર છે, કેમકે ચોરસની બાજુઓ છે, માટે ૩૧ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે, અને આ [कबड] ખૂણો, તે આ (नवअ) ખૂણાની બરાબર ૧૧ મા પ્રત્યક્ષ. પ્ર૦ એ બંને બરાબર ખૂણાઓમાં આ (अबक) સાધારણ ખૂણો મેળવ્યો, તો બીજા પ્રત્યક્ષ. પ્ર૦ આ (अबड) ખૂણો આ (नवक) ખૂણાની બરાબર. તેથી ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (अबड) ત્રિકોણ તે આ (नवक) ત્રિકોણની બરાબર. હવે આ (बड) એકજ પાયા ઉપરના અને આ (अह) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (अबड) ત્રિકોણ કરતાં આ (बह) સમાંતરબાજુચોખૂણ ૪૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. બમણો, અને આ (नव) એકજ પાયા ઉપરના અને આ (मक) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (नवक) ત્રિકોણ કરતાં આ (मव) ચોરસ બમણો, કેમકે ચોરસ તે સમાંતરબાજુચોખૂણ છેજ. હવે આ (अबड) તથા આ (नवक) બરાબર ત્રિકોણોની અનુક્રમે આ (बह) તથા આ (मव) બમણાઈઓ ૬ પ્રત્યક્ષ. પ્રમાણે બરાબર. તેજ પ્રમાણે આ (लक) ચોરસ તથા (कह) સમાંતરબાજુચોખૂણ બરાબર છે.

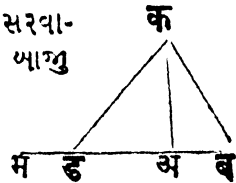
હવે આ (कह) ની બરાબર આ (लक) ચોરસ થયો, અને આ (बह) ની બરાબર આ (मव) ચોરસ થયો, તો આ (कह) તથા આ (बह) ના સરવાળાની બરાબર આ (लक) તથા આ (मव)નો સરવાળો થયો. અને આ (कह) તથા આ (बह) નો સ-

રવાળો તે આ (बइ) ચોરસછે, માટે ૧લા પ્રત્યક્ષ. પ્ર૦ આ (बह) ચોરસની બરાબર આ (लक) તથા આ (मब) ચોરસનો સરવાળો થયો. હવે ભૂમિતિમાં ચોરસને વર્ગ કહેછે, અને આ (बइ) તે આ (बक)નો ચોરસ એટલે વર્ગ છે. અને આ (लक) તે આ (अक) નો ચોરસ એટલે વર્ગ છે. અને આ (मब) તે આ (अब)નો ચોરસ એટલે વર્ગ છે, માટે આ (बक) નો વર્ગ તે આ (अक) તથા આ (अब) ના વર્ગોના સરવાળાની બરાબર કરવો હતો તે થયો એ સિદ્ધ.

ત્રિકોણો પાડવામાં એટલું યાદ રાખવું કે આપેલા ત્રિકોણમાં જે કાટખૂણા સિવાયના બે ખૂણાઓ વધે, તે તેમની પાસેના ચો-રસોના ખૂણાઓમાં મેળવવાથી અંતર ખૂણા થાય.

પ્રતિજ્ઞા ૪૮ મી પ્રમેય.

એક (अबक) ત્રિકોણની એક (बक) બાજુનો વર્ગ બીજી બે (अब તથા अक) બાજુઓના વર્ગોના સરવાળાની બરાબર હોય, તો તે એક (बक) બાજુ સામેનો ખૂણો (अ) કાટખૂણો થશે.



સિદ્ધતા.

આ (अक) બાજુ ઉપર આ (अ) બિંદુથી ૧૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (अम) લંબ દોર્યો. આ (अम) લીટીમાંથી આ (अब)ની બરાબર ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (अड) ભાગ કાપ્યો. અને આ

(ड) તથા આ (क) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃત. પ્ર૦ સાંધ્યાં.

હવે આકૃતિ રચના પ્રમાણે આ (डअक) ત્રિકોણ કાટખૂણ ત્રિકોણ છે, માટે ૪૭ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (अड)તથા આ (अक) ના વર્ગોનો સરવાળો આ (डक) બાજુના વર્ગની બરાબર. અને આ (अड) બાજુ આ (अब) બાજુની બરાબર આકૃતિ રચના પ્રમાણે છે, માટે આ (अक) ના વર્ગની સાથે આ (अड) ના વર્ગને બદલે તેની બરાબરની આ (अब) નો વર્ગ મેળવીએ તો તે પણ આ (डक) ના વર્ગની બરાબર. અને આ (अब) તથા આ (अक) ના વર્ગોનો સરવાળો, આ (बक) ના વર્ગની બરાબર ઉપન્યાસ પ્રમાણે છે, માટે આ (डक) તથા આ (बक) ના વર્ગો બરાબર. તેથી તેમના વર્ગમૂળો જે આ (डक) તથા આ (बक) બાજુઓ તે પણ બરાબર.

હવે આ [अबक] ત્રિકોણની આ (अब ने बक) બાજુઓ આ (अकड) ત્રિકોણની અનુક્રમે આ (अड) અને આ (कड)ની બરાબર આકૃતિ રચના પ્રમાણે. અને આ (अक) બાજુ સામાન્ય છે. તો ૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (कअब) ખૂણો તે આ (डअक) ખૂણાની બરાબર, અને આ (डअक) ખૂણો કાટખૂણો છે, તો આ (कअब) ખૂણો પણ કાટખૂણો એ સિદ્ધ.

આ પ્રતિજ્ઞા ૪૭ મી પ્રતિજ્ઞાનો ઉલટ પક્ષ છે.

ઉપયોગી પ્રશ્નોત્તર.

પ્ર૦ ભૂમિતિ નામ પાડવાનું કારણ શું? હાલ તે શા અ-ર્થમાં વપરાય છે?

ઉ૦ પૃથ્વીની માપણી સારૂ એ વિદ્યા ઉત્પન્ન થઇ, માટે ભૂમિતિ નામ પડ્યું. હાલમાં તેનો અર્થ આકારનું શાસ્ત્ર એવો થાયછે.

પ્ર૦ ભૂમિતિ શીખવાથી ફાયદા શો?

ઉ૦ જમીનની માપણી, આકાશી પદાર્થોનું પરસ્પરનું અંતર, પર્વતોની ઉંચાઈ વગેરે કાઢવામાં એ વિદ્યા ઊપયોગી છે. એટલુંજ નહીં પણ વિચાર શકિતને વધારનાર એ મોટું સાધન છે, અને મનને ઊંચા પ્રકારનો આનંદ આપે છે.

પ્ર૦ ભૂમિતિનાં બિંદુ અને લીટીઓ આપણાથી કાઢી શકાય કે નહીં?

ઉ૦ ના. કેમકે આપણાથી એટલું નાનામાં નાનું બિંદુ મૂકી શકાતું નથી, કે તેનાથી વધારે નાનું આપણી કલ્પનામાં પણ ન આવી શકે. તેમજ આપણે જે લીટી દોરીએ તેને કાંઈ પણ પહોળાઈ હોયજ, માટે તે ભૂમિતિ પ્રમાણે લીટી કહેવાય નહિ, પણ આપણી આંખની સામે લીટી માટે જે કલ્પના કરીએ કે જેને પહોળાઇ બિલકુલ હોયજ નહીં તે લીટી છે, તેથી આપણે ભૂમિતિનું બિંદુ કે લીટી કરી શકતા નથી.

પ્ર૦ લીટી કેટલી જાતની હોય છે, તેના તથા તેના પેટા ભાગના નામ આપો?

ઉ૦ બે જાતની. ૧ સીધી લીટી, ૨ વાંકી લીટી. સીધી લીટી ત્રણ જાતની હોય છે. આડી, ઉભી અને તિરકસ.

પ્ર૦ ખૂણા કેટલી જાતના હોય છે તેના તથા તેના પેટા ભાગના નામ આપો?

ઉ૦ બે જાતના. ૧ સમતલ ખૂણો. ૨ સમતલ સીધી લીટી ખૂણો. સમતલ ખૂણો વાંકી લીટીઓથી પણ થાય છે. પરંતુ સમતલ સીધી લીટી ખૂણો તો માત્ર સીધી લીટીઓથીજ થાય છે. તેના ત્રણ પ્રકાર છે, કાટખૂણો, પહોળો ખૂણો, અને સાંકડો ખૂણો.

પ્ર૦ ખૂણાઓનું માપ શા ઉપર આધાર રાખે છે?

ઉ૦ ખૂણો જે બે લીટીઓ મળવાથી થયો હોય, તે લીટીઓ વચ્ચે જેટલું અંતર હોય તેના ઉપર ખૂણાના માપનો આધાર છે. પણ લીટીઓની વધતી ઓછી લંબાઈ ઉપર આધાર નથી.

પ્ર૦ ત્રિજ્યા, વ્યાસ, અને જ્યામાં તફાવત શો?

ઉ૦ જેનો એક છેડો ગોળના મધ્યબિંદુમાં અને બીજો છેડો પરિધમાં હોય તેવી સીધી લીટીને ત્રિજ્યા કહે છે, અને જેના બંને છેડા પરિધમાં હોય, અને ગોળના મધ્ય બિંદુમાં થઈને જતી હોય, તેવી સીધી લીટી વ્યાસ કહેવાય, તે ત્રિજ્યાથી બમણો છે. અને જે સીધી લીટીના બંને છેડા પરિધમાં હોય, પણ ગોળના મધ્ય બિંદુમાં થઈને જતી ન હોય તે લીટી જ્યા કહેવાય છે. વ્યાસથી ગોળના બે સરખા ભાગ થાય છે, અને જ્યાથી ગોળનો ખંડ થાય છે.

પ્ર૦ ત્રિકોણ મુખ્ય કેટલી જાતના છે, તે દરેક જાતનો પેટા ભાગ વ્યાખ્યા સાથે આપો?

ઉ૦ ત્રિકોણ બે જાતના. ૧ બાજુ ઉપરથી. ૨ ખૂણા ઉપરથી. બાજુ ઉપરના ત્રણ પેટા ભાગ. સમબાજુ, સમદ્વિબાજુ, અને વિષમ બાજુ. તેમજ ખૂણા ઉપરના પણ ત્રણ પેટા ભાગ. કાટખૂણ ત્રિકોણ, પહોળ ખૂણ ત્રિકોણ, અને સાંકડ ખૂણ ત્રિકોણ. તેમની વ્યાખ્યાઓ અને આકૃતિઓ પ્રથમ આપેલી છે.

પ્ર૦ ભૂમિતિના પહેલા સ્કંધમાં આકૃતિના કયા ગુણનો વિચાર કરેલો છે?

ઉ૦ સઘળી સીધી લીટી આકૃતિઓનું મૂળ ત્રિકોણ છે. તેથી તેના ગુણો ઉપર સઘળી સીધી લીટી આકૃતિઓના ગુણો આધાર રાખે છે, માટે પેહેલા સ્કંધમાં ઘણા ત્રિકોણના ગુણો વિષે વિચાર કરેલો છે.

પ્ર૦ કાટખૂણો, પહોળો ખૂણો, અને સાંકડો ખૂણો, કેટ કેટલા અંશના હશે?

ઉ૦ કાટખૂણો ૯૦ અંશનો, સાંકડો ખૂણો ૯૦ અંશથી ઓછો, અને પહોળો ખૂણો ૯૦ અંશથી વધારે હોય છે.

પ્ર૦ સાંકડ ખૂણ ત્રિકોણમાં ત્રણે સાંકડા ખૂણા શા માટે હોય છે?

ઉ૦ કેમકે જો તેમાં એક પહોળો કે કાટખૂણો હોય તો તે પહોળ ખૂણ ત્રિકોણ કે કાટખૂણ ત્રિકોણ કહેવાય છે. માટે તેમાં પહોળો ખૂણો કે કાટખૂણો ન હોય, ત્યારે ત્રણે સાંકડા ખૂણાજ હોવા જોઈએ.

પ્ર૦ સમબાજુ ત્રિકોણ અને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં કેવા ખૂણા હોય?

ઉ૦ સમબાજુ ત્રિકોણમાં ત્રણે સાંકડા ખૂણા હોય, કારણકે તે ત્રણે

ખૂણા બરાબર હોય છે. અને ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાનું માપ બે કાટ ખૂણાની બરાબર છે. હવે તેમાં એક કાટખૂણો કે પહોળો ખૂણો હોય, તો બીજા પણ તેવડાજ છે. તેથી બે કાટખૂણા કરતાં માપ વધી જાય માટે ત્રણે સાંકડા ખૂણા હોય છે. સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ, કાટખૂણ ત્રિકોણ, પહોળ ખૂણ ત્રિકોણ, કે સાંકડ ખૂણ ત્રિકોણ થાયછે.

પ્ર૦ ચોખૂણો કેટલી જાતના છે. તેની આકૃતિ સાથે વ્યાખ્યા કહો ?

ઉ૦ ચોખૂણાકૃતિના મુખ્ય પાંચ પ્રકાર છે. (૧) સમાંતરબાજુચોખૂણ (સ્કૉઝેંજ), (૨) ચોરસ, (૩) દીર્ઘ ચોખૂણ, (૪) રોમ્બૉઇડ, (૫) ચતુઃસીમા (ટ્રૅપિઝ્યમ) તેમની વ્યાખ્યા અને આકૃતિઓ આગળ આપેલ છે.

પ્ર૦ કર્ણની વ્યાખ્યા આપો ?

ઉ૦ કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કાટખૂણાની સામેની બાજુ કર્ણ કહેવાયછે.

પ્ર૦ એક સીધી લીટી સમાંતર કહેવાય કે નહીં, તે કારણ સાથે કહો ?

ઉ૦ ના, સમાંતર એ શબ્દનો અર્થ સરખું અંતર એવો થાય છે. અને અંતર બેના સંબંધમાંજ બતાવાય છે, માટે એક સીધી લીટીમાં સમાંતર શબ્દનો સમાવેશ થતો નથી.

પ્ર૦ સ્વીકૃતપક્ષ અને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ, તેમજ કૃત્ય અને પ્રમેયનો મુકાબલો કરો ?

ઉ૦ સ્વીકૃતપક્ષ અને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણનો મુકાબલો—સ્વીકૃતપક્ષ એ આપેલો અખ્તીઆર છે. એટલે ભૂમિતિમાં જે જે સાધનોનો

ઉપયેાગ કરવાની રજાછે તે કરવાને માટે આંકણી કે કંપાસ રૂપ સ્વીકૃતપક્ષેા છે. તેનેા ઉપયેાગ કૃત્ય પ્રતિજ્ઞાનું સાધન કરવામાં તેમજ કેટલીક પ્રમેય પ્રતિજ્ઞાની આકૃતિ રચના કરવામાં કરવેા પડેછે. અને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ તેા ઉઘાડી સાબીતી બતાવેછે. તેનેા ઉપયેાગ સિદ્ધતાની સાબીતી બતાવવામાં થાયછે. તે સાબીતી એટલી ઉઘાડી હેાયછે કે સિદ્ધતાથી સિદ્ધ કરી શકાતી નથી.

કૃત્ય અને પ્રમેયનેા મુકાબલેા—કૃત્ય પ્રતિજ્ઞામાં માગેલું ફળ કાંઇ પણ કૃત્ય કરવાથી નીકળે છે, પણ પ્રમેયમાં તત્વની સત્યતા આપેલીજ હેાયછે. તે સિદ્ધ કરી બતાવવાનું કામ પ્રમેયમાં હેાયછે.

પ્ર૦ કયા કયા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણેા સિદ્ધ થઇ શકે છે?

ઉ૦ અગ્યારમું અને બારમું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ સિદ્ધ થઇ શકે છે.

પ્ર૦ ત્રણ સ્વીકૃતપક્ષ સિવાય ભૂમિતિમાં કેાઇ વધારે અખ્તીઆર અગાઉથી આપેલ છે?

ઉ૦ હા. હરકેાઇ સ્થળે બિંદુ લેવાની છૂટ છે.

પ્ર૦ ગેાળ અને ગેાળામાં શેા તફાવત?

ઉ૦ ગેાળ એ સફાઇ ઉપર એક વર્તુળ છે. અને ગેાળેા એ નક્કર પદાર્થ છે.

પ્ર૦ ૧૦, ૧૫, ૨૪, ૨૭, ૩૦, ૩૩ અને ૩૫ મી વ્યાખ્યા લખેા?

ઉ૦ આ વ્યાખ્યાએા આગળ લખેલી છે, માટે અંહિઆ લખી નથી.

પ્ર૦ સમતલ સીધી લીટી ખૂણેા, સીધી લીટી આકૃતિ, સફાઇ, રેામ્બૅાઇડ અને ત્રિકેાણ એમની વ્યાખ્યાએા કેટલામી છે?

ઉ૦ સમતલ સીધી લીટી ખૂણેા ૮મી, સીધીલીટીઆકૃતિ ૨૦ મી, સફાઇ ૫ મી, રેામ્બૅાઇડ ૩૩મી, અને ત્રિકેાણ ૨૧ મી.

પ્ર. કયા કયા ચોખુણો સમાંતર બાજુ ચોખુણ કહી શકાય?

ઉ૦ લોઝેંજ, ચોરસ, દીર્ઘ ચોખુણ, અને રૉમ્બૉઈડ.

પ્ર૦ લૉઝેંજ, ચોરસ, દીર્ઘચોખુણ, અને રૉમ્બૉઇડનો મુકાબલો કરો?

ઉ૦ લૉઝેંજ, ચોરસ કહેવાય નહીં, પણ ચોરસ લૉઝેંજ કહેવાય.

લૉઝેંજ, દીર્ઘ ચોખુણ કહેવાય નહીં, તેમ દીર્ઘ ચોખુણ લૉઝેંજ કહેવાય નહીં.

લોઝેંજ રૉમ્બૉઇડ કહેવાય, પણ રૉમ્બૉઇડ લૉઝેંજ કહેવાય નહીં.

ચોરસ લોઝેંજ કહેવાય, પણ લૉઝેંજ ચોરસ કહેવાય નહીં.

ચોરસ દીર્ઘ ચોખુણ કહેવાય, પણ દીર્ઘ ચોખુણ ચોરસ કહેવાય નહીં.

ચોરસ રૉમ્બૉઇડ કહેવાય, પણ રૉમ્બૉઇડ ચોરસ કહેવાય નહીં.

દીર્ઘચોખુણ લોઝેંજ કહેવાય નહીં, તેમ લૉઝેંજ દીર્ઘચોખુણ કહેવાય નહીં.

દીર્ઘચોખુણ ચોરસ કહેવાય નહીં, પણ ચોરસ દીર્ઘચોખુણ કહેવાય.

દીર્ઘચોખુણ રૉમ્બૉઇડ કહેવાય, પણ રૉમ્બૉઈડ દીર્ઘચોખુણ કહેવાય નહીં

રૉમ્બૉઈડ લૉઝેંજ કહેવાય નહીં, પણ લૉઝેંજ રૉમ્બૉઈડ કહેવાય.

રૉમ્બૉઇડ ચોરસ કહેવાય નહીં, પણ ચોરસ રૉમ્બૉઇડ કહેવાય.

રૉમ્બૉઇડ દીર્ઘચોખુણ કહેવાય નહીં, પણ દીર્ઘચોખુણ રૉમ્બૉઈડ કહેવાય.

પ્ર૦ કયા કયા ચોખુણો બાજુઓની બાબતમાં મળતા છે? અને કયા કયા ખુણાઓની બાબતમાં મળતા છે?

ઉ૦ લૉઝેંજ અને ચોરસ બાજુઓની બાબતમાં મળતા છે, કેમકે તેમની ચારે બાજુઓ બરાબર છે. અને દીર્ઘ ચોખુણ તથા રૉમ્બૉઇડ એ પણ બાજુઓની બાબતમાં મળતા છે, કેમકે તેમની સામ સામેની બાજુઓ બરાબર હોય છે.

ચોરસ અને દીર્ઘ ચોખુણ ખુણાની બાબતમાં મળતા છે, કેમકે

તે બંનેના ખુણા કાટખુણા હોય છે, અને લૅાઝેંજ તથા રૉમ્બૉઇડ એ બે પણ ખુણાની બાબતમાં ગળતા છે, કેમકે તેમાં સરખા ખુણાનો મેળ નથી.

પ્ર૦ પહેલું સ્વીકૃત પક્ષ કયા પ્રત્યક્ષ પ્ર. ને મળતું છે?

ઉ૦ દશમા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણને મળતું છે.

પ્ર૦ બીજું સ્વીકૃત પક્ષ કઇ પ્રતિજ્ઞાને મળતું છે?

ઉ૦ ચૌદમી પ્રતિજ્ઞાને.

પ્ર૦ સુલટી અને ઉલટી રીતે સિદ્ધતા કરવામાં કઇ રીત સારી?

ઉ૦ સુલટી. કારણકે ૧ અમુક વસ્તુ આવી છેજ. ૨ અને તે આવા કારણોથી. એ બને વાત તે બતાવે છે. અને ઉલટી સિદ્ધતા તો કારણ સિવાય માત્ર અમુક વસ્તુ આવી છે એટલુંજ બતાવે છે.

પ્ર૦ ૧૫, ૧૦, ૨૪, અને ૩૧ મી વ્યાખ્યાઓનો ઉપયોગ કઇ કઇ પ્રતિજ્ઞામાં કરવો પડે છે ?

ઉ૦ ૧૫ મીનો ઉપયોગ. ૧, ૨, ૩, ૧૨, અને ૨૨ મી પ્રતિજ્ઞામાં.
૧૦ મીનો ઉપયોગ. ૧૧, ૧૨, ૧૩, ૪૬, અને ૪૮ મી ”
૨૪ મીનો ઉપયોગ. ૧, ૨, ૯, ૧૦, અને ૧૧ મી. ”
૩૧ મીનો ઉપયોગ ૪૬ મી પ્રતિજ્ઞામાં કરવો પડે છે.

પ્ર૦ બીજા સ્વીકૃત પક્ષ અને છઠ્ઠા, સાતમા, અને અગિયારમા પ્રત્યક્ષ પ્ર૦ નો ઉપયોગ કઇ કઇ પ્રતિજ્ઞામાં કરવો પડે છે ?

ઉ૦ બીજા સ્વીકૃત૦ ૨–૫–૧૦–૧૬–૧૭–૨૦–૨૧–૨૪–૩૨–૩૯ ૪૦–૪૨–૪૩ અને ૪૪ મી પ્રતિજ્ઞામાં.

૬ ઠ્ઠા પ્રત્યક્ષ પ્ર૦ ૪૧ અને ૪૨ મી પ્રતિજ્ઞામાં. અને ૭ મા

પ્રત્યક્ષ પ્ર. ૩૭ અને ૩૮મી પ્રતિજ્ઞામાં; અને ૧૧ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. ૪૭ મી પ્રતિજ્ઞામાં.

પ્ર૦ ન્યૂનતા પૂરક અને કોટીખૂણા એટલે શું ?

ઉ૦ જ્યારે બે ખુણાઓનો સરવાળો બે કાટખુણાની બરાબર હોય, ત્યારે તે ખુણાઓ ન્યૂનતા પુરક કહેવાયછે; અને તેમાંનો એક ખુણો બીજાનો ન્યૂનતા પુરક ખુણો કહેવાય છે.

જ્યારે બે ખુણાઓનો સરવાળો એક કાટખુણાની બરાબર હોય, ત્યારે તે કોટીઓ કહેવાય છે; અને તેમાંના એક ખુણો બીજા ખુણાનો કોટી છે એમ કહેવાય છે.

પ્ર૦ ભૂમિતિના ૧ લા સ્કંધમાં કઇ પ્રતિજ્ઞાઓ કૃત્ય, અને કઇ પ્રતિજ્ઞાઓ પ્રમેય છે?

ઉ૦ **કૃત્ય**-૧-૨-૩-૯-૧૦-૧૧-૧૨-૨૨-૨૩-૩૧-૪૨-૪૪-૪૫ અને ૪૬ કુલ ચોદ છે.

પ્રમેય -૪-૫-૬-૭-૮-૧૩-૧૪-૧૫-૧૬-૧૭-૧૮-૧૯-૨૦-૨૧-૨૪-૨૫-૨૬-૨૭-૨૮-૨૯-૩૦-૩૨-૩૩-૩૪-૩૫-૩૬-૩૭-૩૮-૩૯-૪૦-૪૧-૪૩-૪૭ અને ૪૮, કુલ ૩૪.

પ્ર૦ કઇ કઇ પ્રતિજ્ઞાઓ ઉલટ પક્ષનીછે ? (એક પ્રતિજ્ઞાથી બીજી પ્રતિજ્ઞામાં ઉલટું સિદ્ધ કરેલ છે?)

ઉ૦ (૪-૨૬), (૫-૬), (૧૩-૧૪), (૧૮-૧૯), (૨૪-૨૫), (૨૭ અને ૨૮-૨૯), (૩૭-૩૯), (૩૮-૪૦), (૪૭-૪૮).

પ્ર૦ કઇ કઇ પ્રતિજ્ઞાઓ ઉલટી સિદ્ધતાથી સિદ્ધ થાયછે?

ઉ૦ ૬-૭-૧૪-૧૯-૨૫-૨૬નો પેહેલો ભાગ, ૨૭-૨૯નો પહેલો ભાગ, ૩૯-૪૦.

પ્ર૦ ત્રિકોણો એક રૂપ કરવાનું કઇ કઇ પ્રતિજ્ઞાઓમાં છે?

ઉ૦ ૪–૮ અને ૨૬.

પ્ર૦ ત્રિકોણનાં અંગ કેટલાં? તેમાં કયાં કયાં અંગ બરાબર આપેલ હોય તો બે ત્રિકોણો એક રૂપ થાય?

ઉ૦ અંગ છ છે. ત્રણ ખુણા, ને ત્રણ બાજુ. તેમાં એક ત્રિકોણનાં ગમે તે ત્રણ અંગ બીજા ત્રિકોણનાં તેજ જાતનાં ત્રણ અંગની બરાબર આપે તો ત્રિકોણ એક રૂપ થાય, પણ એક ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણના ત્રણ ખુણાની બરાબર આપેલ હોય તો એક રૂપ થાય, અને વખતે ન પણ થાય એ યાદ રાખવું.

પ્ર૦ ત્રિકોણ કે ચોખુણ બરાબર થાય એટલે શું?

ઉ૦ તેઓનાં ક્ષેત્રફળો બરાબર સમજવાં. તેમના ખુણા અને બાજુઓ બરાબર થાય, એમ કાંઈ નિયમ નથી. વખતે ખુણાઓ અને બાજુઓ બરાબર થાય છે; પરંતુ ખુણા અને બાજુઓ નાનાં મોટાં હોય છતાં તેઓનાં ક્ષેત્રફળ બરાબર હોય છે. માટે ત્રિકોણ, ચોખુણ, કે ગોળ એક બીજાની બરાબર કહે, ત્યારે તેનાં ક્ષેત્રફળ બરાબર સમજવાં.

પ્ર૦ ૨–૮–૧૩–૨૭–૩૧–૩૮–૪૧–અને ૧૪ મી પ્રતિજ્ઞા બીજી કઇ કઇ પ્રતિજ્ઞાઓ સિદ્ધ કરવામાં કામ લાગે છે?

ઉ૦ ૨ જી (૩–૨૨), ૮ મી (૯–૧૦–૧૧–૧૨–૨૩), ૧૩ મી (૧૪–૧૫–૧૭–૨૮–૨૯–૩૨), ૨૭ મી (૨૮–૨૯–૩૦–૩૧–૩૩), ૩૧ મી (૩૨–૩૭–૩૮–૪૨–૪૩–૪૪–૪૬–૪૭–), ૩૮ મી (૪૦–), ૪૧ મી (૪૨), ૧૪ મી (૪૫).

પ્ર૦ કઇ કઇ પ્રતિજ્ઞાઓનો સમાવેશ બીજી પ્રતિજ્ઞામાં થઈ શકે છે?

ઉ૦ ૧૧ મીનો ૨૩ મીમાં, ૧૬ અને ૧૭ નો ૩૨ મીમાં. અને ૪૨ મીનો ૪૫ મી પ્રતિજ્ઞામાં સમાવેશ થઇ શકે છે.

પ્ર૦ કઇ કઇ પ્રમેય પ્રતિજ્ઞાઓમાં આકૃતિ રચના કરવાની જરૂર પડે છે?

ઉ૦ ૪-૮-૧૪-૧૯ નો પહેલો ભાગ, ૨૫ નો પહેલો ભાગ, અને ૨૮-૨૯-૩૪-૩૫-૩૬ સિવાયની પ્રમેય પ્રતિજ્ઞાઓમાં આકૃતિ રચના કરવી પડે છે.

પ્ર૦ ચોરસને ભૂમિતિમાં શું કહે છે? ઉ૦ વર્ગ.

પ્ર૦ કાટખુણુ ત્રિકોણ અને ચોરસનાં ક્ષેત્રિફળ કાઢવાની રીત ભૂમિતિની કઇ પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી નીકળી હશે?

ઉ૦ કાટખુણુ ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળની રીત ૪૭ અને ૪૮ મી પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી, અને ચોરસના ક્ષેત્રફળની રીત ૪૬ મી પ્રતિજ્ઞાં ઉપરથી નીકળી છે.

પ્ર૦ સાધન અને સિદ્ધતાનો મુકાબલો કરો?

ઉ૦ સાધન. ૧ તે કૃત્ય પ્રતિજ્ઞામાં આવે. ૨ તે વ્યાખ્યા, સ્વીકૃત પક્ષ અને આવી ગયેલી પ્રતિજ્ઞાને આધારે કરી શકાય. ૩ કૃત્ય પ્રતિજ્ઞામાં અને કેટલીક પ્રમેય પ્રતિજ્ઞામાં તેના વિના સિદ્ધતા થઇ શકતી નથી.

સિદ્ધતા. ૧ તે કૃત્ય અને પ્રમેય બંને જાતની પ્રતિજ્ઞામાં આવેછે. ૨ તે વ્યાખ્યા, પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ અને આગળ આવી ગયેલી પ્રતિજ્ઞાઓને આધારે સિદ્ધ કરી શકાય છે.

પ્ર૦ કઇ કઇ પ્રતિજ્ઞાઓમાં ગોળ છેદાવાની જરૂર છે? અને શા કારણુથી છેદાય છે?

ઉ૦ ૧ લી અને ૨૨ મી પ્રતિજ્ઞામાં ગોળ છેદાવાની જરૂર છે. ૧ લી

પ્રતિજ્ઞાગાં ગોળ છેદાય છે તેનું કારણ તે પ્રતિજ્ઞા નીચેની ટીકાગાં છે.

૨૨ મી પ્રતિજ્ઞામાં બે ગોળ છેદાય નહીં, તો કહેલો ત્રિકોણ થાયજ નહીં; કારણ કે જો બે લીટીઓનો સરવાળો ત્રીજીના બરાબર આપ્યો હશે, તો ગોળ છેદાયા વિના ગાત્ર અડીને જશે, અને બે લીટીના સરવાળા કરતાં ત્રીજી મોટી આપી હશે તો બંને ગોળ એક બીજાને અડકશે પણ નહીં.

પ્ર૦ એક સીધી લીટી ઉપર એકજ બિંદુ આગળ સઘળી તરફથી કેટલીક સીધી લીટીઓ પડીને જે ખુણાઓ કરે તેમનો સરવાળો કેટલો થાય?

ઉ૦ ચાર કાટખુણાની બરાબર.

પ્ર૦ કેટલીક સીધી લીટીઓ એક બીજીને એકજ બિંદુ પાસે અરસ્પરસ છેદે, અને તેથી જે ખુણાઓ થાય તેનો સરવાળો કેટલો થાય?

ઉ૦ ચાર કાટખુણાની બરાબર.

પ્ર૦ એકજ સીધી લીટી ઉપર અને તેના એકજ બિંદુથી એકજ તરફ વધારેમાં વધારે કેટલા લંબ દોરી શકાય તે કારણ સાથે કહો?

ઉ૦ એકજ, કારણ કે જ્યારે એક લંબ દોર્યો, ત્યારે તેની આસપાસના ખુણા કાટખુણા હોયછે; હવે બીજો લંબ જો તેથી જૂદો દોરીએ, તો તેની આસપાસના ખુણા પણ કાટખુણા હોય; એટલે પ્રથમના કાટખુણા કરતાં પછીના કાટખુણા નાના મોટા થાય, એ ૧૧ મા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી ઉલટું.

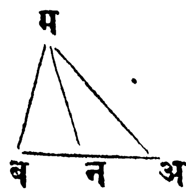
પ્ર૦ સ્થાનોપરી રીતે કઇ કઇ પ્રતિજ્ઞાઓ સિદ્ધ થઇ શકે છે?

ઉ૦ ૪ થી અને ૮ મી. (૨૬ મી પ્રતિજ્ઞા કરે તો થાય.)

પ્ર૦ હરકોઇ પદાર્થ દૂરથી જોઇએ તો નાનો દેખાય, અને નજીકથી જોઇએ તો મોટો દેખાય છે; તે ભૂમિતિની રીતે સિદ્ધ કરી બતાવો?

ઉ૦ આ સિદ્ધતા ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી નીકળી શકે છે. તે એવી રીતે કે હરકોઈ પદાર્થના છેડાનાં કિરણો આંખમાં પેસતાં જે ખુણો કરે, તેના ઉપર તે પદાર્થ નાનો મોટો દેખાવાનો આધાર છે.

એક માણસ આ (अ) સ્થળેથી આ (बम) પદાર્થને જુએ, તો આ (अ) ખુણો થાય છે અને ત્યાંથી (बम) ની નજીક જઈ આ (न) બિંદુથી જુએ તો આ (न) ખુણો થાય. હવે આ (अ) ખુણા કરતાં આ (न) ખુણો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે મોટો, માટે મોટી વસ્તુ દેખાયછે.



પ્ર૦ જે આકૃતિ એકજ લીટીથી થતી હોય એવી આકૃતિનાં નામ આપો?

ઉ૦ ગોળ એ એકજ લીટીની આકૃતિ છે.

પ્ર૦ એક ત્રિકોણમાં બે પહોળા ખુણા છે, અને બીજામાં બે કાટખુણા છે. એ બેમાંથી ગમે તે એક ત્રિકોણ કરી બતાવો?

ઉ૦ બેમાંથી એકે ત્રિકોણ થાય નહીં, કારણ કે ૧૭ અને ૩૨ મી પ્રતિજ્ઞાથી ઉલટું છે.

પ્ર૦ ત્રિકોણનો બહારનો ખુણો તે તેની માંહેના ખુણાની બરાબર હોય કે નાનો મોટો હોય?

ઉ૦ બરાબર હોય અગર નાનો મોટો પણ હોય; જો માંહેનો ખુણો કાટ-ખુણો હશે તો બરાબર; અને માંહેનો ખુણો પહોળો હશે, તો બહાર-નો નાનો; અને માંહેનો ખૂણો સાંકડો હશે તો બહારનો પહોળો.

પ્ર૦ સ્થાનોપરી, પરિમિતિ, બહુખુણ આકૃતિનો કર્ણ, અ-રસ્પરસ સમખુણ અને ખુણાનું શિરોબિંદુ એમની વ્યાખ્યાઓ આપો?

ઉ૦ **સ્થાનોપરી**—એક આકૃતિને ઉપાડીને બીજી ઉપર તેનાં બ-રાબરના અંગો મળતાં આવે એવી રીતે મૂકવી તે.

પરિમિતિ—આકૃતિની હદ કરનારી લીટીઓ, અથવા લી-ટીઓની તમામ લંબાઇ તે.

બહુખુણ આકૃતિનો કર્ણ—બહુખુણ આકૃતિના કોઈપણ ખુણાને તેની પાસેના ખુણા સિવાય બીજા ખુણા સાથે સાંધનારી લીટી તે.

અરસ્પરસ સમખુણ—બે ત્રિકોણોના કે ચોખુણોના ખુણાઓ અનુક્રમે બરાબર હોય તો તે અરસ્પરસ સમખુણ કહેવાય.

ખુણાનું શિરોબિંદુ—ખુણો કરનારી બે સીધી લીટીઓ જે બિં-દુ પાસે મળે તે બિંદુ.

પ્ર૦ સીધી લીટી આકૃતિનું નાનામાં નાનું રૂપ કયું?

ઉ૦ ત્રિકોણ. સઘળી સીધી લીટી આકૃતિનું મૂળ ત્રિકોણ છે.

પ્ર૦ સમબાજુ ત્રિકોણથી ઉલટું નામ શું?

ઉ૦ વિષમ બાજુ ત્રિકોણ.

પ્ર૦ ૩૫મી વ્યાખ્યામાંથી એકજ સફાઇ, એ શબ્દો કાઢી નાખીએ તો ચાલે કે નહીં?

ઉ૦ ના; કેમકે એક સફાઇમાં ન હોય તો સમાંતર કહેવાય નહીં.

પ્ર૦ કઇ પ્રતિજ્ઞા પ્રત્યક્ષ પ્ર૦ના જેવી છે? ઉ૦ ૨૦ મી.

પ્ર૦ ૮મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. થી કઇ પ્રતિજ્ઞામાં ઉલટું ધારેલું છે ?
ઉ૦ ચોથી પ્રતિજ્ઞામાં.

પ્ર૦ ઉલટ પક્ષ, અને ઉલટી સિદ્ધતા એટલે શુ?

ઉ૦ ઉલટપક્ષ એ, બે પ્રતિજ્ઞાઓના સંબંધમાં કહેવાય છે, એટલે એક પ્રતિજ્ઞામાં જે કર્યું હોય, તેથી ઉલટું બીજી પ્રતિજ્ઞામાં કરવાનું હોય, ત્યારે તે ઉલટ પક્ષની પ્રતિજ્ઞા કહેવાય.

ઉલટી સિદ્ધતા, એ એકજ પ્રતિજ્ઞામાં કહી શકાય, એટલે જે સિદ્ધ કરવું છે તે કરતાં ઉલટું ધારી સિદ્ધ કરવું.

પ્ર૦ એક અંતવાન સીધી લીટી ઉપર વધારેમાં વધારે સમબાજુ ત્રિકોણો કેટલા કરી શકાય તે કારણ સાથે કહો?

ઉ૦ વધારેમાં વધારે બે, તે પણ એક બીજાથી ઉલટી દિશામાં કારણ કે એક તરફ તો એક કરતાં વધારે સરખા ત્રિકોણો થઇ શકેજ નહીં, જો થાય તો ૭ મી પ્રતિજ્ઞાથી ઉલટું થાય. માટે બીજી તરફ એક કરી શકાય. વળી બે ગોળ એક બીજાને બે બિંદુમાંજ છેદી શકે છે, માટે બેજ સમબાજુત્રિકોણો થઇ શકે.

પ્ર૦ એક અનિયમિત સીધી લીટી ઉપર સમબાજુ ત્રિકોણ કરો ?

ઉ૦ કરી શકાયજ નહીં. અંતવાન સીધી લીટી ઉપરજ થઇ શકે; કારણ કે જો અનિયમિત હોય તો તેની મુકરર લંબાઈ જાણ્યા વિના બીજી બાજુઓ તેના જેવડી કરી શકાય નહીં.

પ્ર૦ બીજી પ્રતિજ્ઞામાં અંતવાન સીધો લીટી શામાટે આપીછે?

ઉ૦ લીટીની મુકરર હદ જાણ્યા વિના તેની બરાબર બીજી લીટી દોરી શકાય નહીં, માટે અંતવાન શબ્દ જરૂરનો છે.

પ્ર૦ બીજી પ્રતિજ્ઞા અને બીજા સ્વીકૃત પક્ષમાં ફેર શો ?

ઉ૦ બીજી પ્રતિજ્ઞામાં તો અમુક લંબાઇની નવીજ લીટી દોરવાની છે, અને બીજા સ્વીકૃતપક્ષમાં તો લીટી આપી હોય તેને વધારવાનું છે.

પ્ર૦ બીજી પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરતી વખતે યાદ રાખવા લાયક નિયમ કહો?

ઉ૦ બીજી પ્રતિજ્ઞા નીચે એ નિયમો લખેલા છે.

પ્ર૦ ત્રીજી પ્રતિજ્ઞામાં મોટીની બરાબર નાનીને કરવી હોય, તો શી રીતે થાય?

ઉ૦ મોટીને એક છેડે નાનીને બીજી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે દોરવી. પછી મોટીના સંધાયેલ છેડાને મધ્ય બિંદુ ધારી મોટીને ત્રિજ્યા ગણી ગોળ કરવો. પછી પરિઘને મળતાં સુધી નાનીને વધારવી એટલે મોટીની બરાબર થશે.

પ્ર૦ ચોથી પ્રતિજ્ઞામાં સ્થાનોપરી કરતાં એક ત્રિકોણની બંને બાજુઓને તેની બરાબરની બીજા ત્રિકોણની બંને બાજુઓ ઉપર મૂકી શકાય કે નહીં?

ઉ૦ ના. એક બાજુ ઉપર બીજી બાજુ મૂકી શકાય, બાકીની બાજુઓ એક બીજા ઉપર પડે તે સિદ્ધ કરી બતાવવું જોઇએ.

પ્ર૦ ચોથી પ્રતિજ્ઞાની વ્યાખ્યામાં અંતર ખુણા અને અનુક્રમે એ શબ્દો લખવાની જરૂર શી?

ઉ૦ જો બરાબર બાજુઓની વચ્ચેના ખુણા બરાબર ન હોય, પણ બીજા ખુણા બરાબર આપ્યા હોય તો ચોથી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે સિદ્ધ થઇ શકે નહીં, માટે અંતર ખુણાજ બરાબર આપવાની જરૂર છે. તેમજ અનુક્રમે ન લખ્યું હોય તો વ્યુત્ક્રમ સરખું લેતાં આ પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ થાય નહીં, માટે એ બંને શબ્દો અગત્યના છે.

પ્ર૦ કોઇ ત્રિકોણની ત્રણ બાજુઓ બરાબર હોય તો ખુણાઓ બરાબર થાય કે નહીં? અને થાય તો કઇ પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે?

ઉ૦ થાય. ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે.

પ્ર૦ કોઇ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા બરાબર છે, તો તેની ત્રણે બાજુઓ કઇ પ્રતિજ્ઞાથી બરાબર થશે? ઉ૦ ૬ ઠ્ઠી પ્રતિજ્ઞાથી.

પ્ર૦ ૭ મી પ્રતિજ્ઞામાં ૧ લું એકજ સીધી લીટી ઉપર બીજું એકજ બાજુ તરફ અને ૩ જું સીમાવાસી બાજુઓ બરાબર થાય એ ત્રણ સરતમાંથી એક પણ ઓછી હોય તો શું થાય?

ઉ૦ ત્રણમાંથી એક સરત પણ ઓછી હોય તો શિરો બિંદુઓ જુદાં પડે એવા સરખા ત્રિકોણો કરી શકાય.

પ્ર૦ ૮ મી પ્રતિજ્ઞામાં શું આપેલું છે, અને શું કરવાનું છે?

ઉ૦ એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ તે અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની ત્રણ બાજુની બરાબર આપી છે, અને બરાબર બાજુઓની વચ્ચેના ખુણાઓ બરાબર કરવા છે.

પ્ર૦ એક અનિયમિત સીધી લીટીના બે સરખા ભાગ કરો?

ઉ૦ અનિયમિત સીધી લીટીના સરખા ભાગ કરી શકાય નહીં, કારણ તેનું મુકરર માપ નથી, તેથી મુકરર માપ સિવાય ભાગ કરી શકાય નહીં.

પ્ર૦ ૧૧ મી પ્રતિજ્ઞામાં અનિયમિત કે અંતવાન સીધી લીટી કેમ લખેલ નથી?

ઉ૦ લંબ અનિયમિત કે અંતવાન બંને ઉપર દોરી શકાય છે, માટે એ શબ્દો લખેલા નથી.

પ્ર૦ એક દિશા તરફથી બે સીધી લીટીઓ આવીને એક સીધો લીટીને મળે છે, અને તેથી જે ખુણા થાય તેનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે, તો તે અખંડ સીધી લીટી છે એમ સિદ્ધ કરો?

ઉ૦ તેવી રીતે એક તરફથી આવીને મળવાથી અખંડ સીધી લીટી થાય નહીં, વિરૂદ્ધ બાજુએથી આવવી જોઈએ.

પ્ર૦ ત્રિકોણની બે બાજુઓનો સરવાળો ત્રીજી બાજુની બરાબર અગર નાનો હોય, એવો ત્રિકોણ કરો?

ઉ૦ થાયજ નહીં.

પ્ર૦ એક ત્રિકોણની એક બાજુ ૧૨॥ ફીટ, બીજી ૨૩ ફીટ, અને ત્રીજી ૭ ફીટની છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ કાઢો?

ઉ૦ નહીં નીકળે; કારણકે એવો ત્રિકોણ થઈ શકેજ નહીં. કેમકે બે બાજુના સરવાળાથી ત્રીજી બાજુ મોટી છે.

પ્ર૦ ૨૪ મી અને ૨૫ મી પ્રતિજ્ઞામાં સિદ્ધ શું કરવું છે?

ઉ૦ ૨૪ મી પ્રતિજ્ઞામાં પાયા નાના મોટા કરવા છે, અને ૨૫ મી પ્રતિજ્ઞામાં પાયા સામેના ખુણાને નાના મોટા કરવા છે.

પ્ર૦ ૨૯ મી, ૩૪ મી અને ૩૮ મી પ્રતિજ્ઞાઓમાં શું આપ્યું છે અને શું માગેલું છે?

ઉ૦ ૨૯ મીમાં બે સમાંતર લીટીઓને એક સીધી લીટી છેદે એટલું આપેલુંછે, અને ૧લું વ્યુત્ક્રમ ખુણા બરાબર કરવાછે; બીજું બાહારનો ખુણો તે એકજ તરફના માંહેનાની સામેના ખુણાની બરાબર કરવોછે; ૩ જું એકજ તરફના માંહેના બે ખુણાના સરવાળો બે કાટખુણાની બરાબર કરવોછે.

૩૪ મી પ્રતિજ્ઞામાં એક સમાંતર બાજુ ચોખુણ આપેલછે, અને ૧ લું

તેની સાગસામેની બાજુઓ; બીજું સાગસામેના ખુણાઓ, અને ૩જું કર્ણથી થયેલા બે ભાગ એ બરાબરછે એ સિદ્ધ કરવુંછે.

૩૮ ગાંગાં બરાબર પાયા, અને એકજ સમાંતર લીટીની વચ્ચે ત્રિકોણો આપેલાછે, અને તે ત્રિકોણોને બરાબર કરવાછે.

પ્ર૦ ત્રણ ગામો એક બીજાથી સરખે અંતરે છે. તેઓની વચ્ચે સરખે અંતરે એક કૂવો કરવો હોય તો તે સ્થળ કઇ પ્રતિજ્ઞાથી શોધી શકશો ?

ઉ૦ ૧૨ મી પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી; એટલે એ ત્રણે સ્થળોને પ્રથગ સાંધવાં, પછી સાંધનારી બાજુને દુભાગી તે ઉપર લંબો દોરવા; એ લંબો જે સ્થળે ત્રિકોણની અંદર મળશે તે માગેલું સ્થળ આવશે.

પ્ર૦ ૯મી પ્રતિજ્ઞામાં ખુણાની તરફજ સમબાજુ ત્રિકોણને પાડીએ તો ત્રિકોણનું શિરોબિંદુ કયાં પડે ?

ઉ૦ જો આપેલો ખુણો ૬૦ અંશનો હશે, તો સમબાજુનું શિરોબિંદુ તે ખુણાના શિરોબિંદુ સાથે મળી જશે; જો આપેલો ખુણો ૬૦ અંશથી ઓછો હશે, તો સમબાજુ ત્રિકોણનું શિરોબિંદુ આપેલા ખુણાની અંદર પડશે અને આપેલો ખુણો ૬૦ અંશથી મોટો હશે તો સમબાજુ ત્રિકોણનું શિરોબિંદુ આપેલા ખુણાની બાહાર પડશે.

પ્ર૦ ત્રિકોણની કોઇપણ બે બાજુની બાદબાકી, ત્રીજી બાજુ કરતાં નાનીજ આવે એ કઇ પ્રતિજ્ઞાથી સિદ્ધ કરી શકશો? ઉ૦ ૨૦ મા.

પ્ર૦ એક સીધી લીટી આકૃતિના ખુણાઓનું માપ છ કાટખુણા બરાબર છે તો તેને કેટલી બાજુઓ હશે તે કારણ સાથે કહો?

ઉ૦ પ્રતિજ્ઞા ૩૨ ઉપરથી તેનો એવો નિયમ છે કે જેટલા કાટખુણા-ની બરાબર માપ આપ્યું હોય તેમાં ૪ મેળવીને બેએ ભાગવા.

પ્ર૦ એક એવો ત્રિકોણ કરો કે તેમાં એક પહોળો ખુણો અને એક કાટખુણો થાય, જો થતો હોય તો તે કઇ પ્રતિજ્ઞાથી સિદ્ધ કરશો, અને ન થતો હોય તો કઇ પ્રતિજ્ઞાને આધારે ના પાડો છો?

ઉ૦ થઇ શકે નહીં; ૧૭ મી અને ૩૨ મી પ્રતિજ્ઞાને આધારે.

પ્ર૦ સમદ્વી બાજુ ત્રિકોણની બરાબર બાજુઓની સામેના ખુણા કાટખુણા કે પહોળા ખુણા નથી, તેમ શાથી કહો છો?

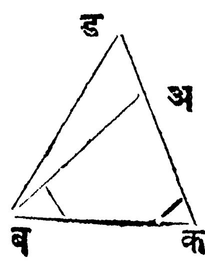
ઉ૦ ૧૭ અને ૩૨ મી પ્રતિજ્ઞાને આધારે.

પ્ર૦ એક સમાંતર બાજુ ચોખુણનું ખેતર છે, તે બે ભાઇઓ વચ્ચે વહેંચતાં એક ખુણાથી બીજા ખુણા સુધી ખેતરની વચ્ચે વાડ કરી લીધી, તો તે બંને ભાગ સરખા છે એમ સિદ્ધ કરો?

ઉ૦ ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞામાં કર્ણથી દુભાગે છે તે પ્રમાણે.

પ્ર૦ છઠ્ઠી પ્રતિજ્ઞા એક બાજુને વધારીને સિદ્ધ કરો.

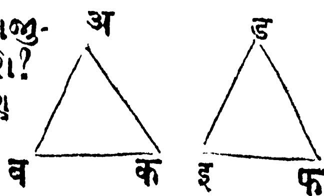
ઉ૦ આ (अबक) ત્રિકોણના આ (ब) તથા આ (क) ખુણા બરાબર છે, તો આ (अब) તથા આ (अक) બાજુઓ બરાબર થશે. ધારો કે આ (अब) કરતાં આ (अक) બાજુ નાની છે, તો તેને બીજા સ્વીકૃત પક્ષ પ્રમાણે વધારી; એ વધારેલી બાજુમાંથી આ (अब) ની બરાબર આ (कड) ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે કાપી, આ (ड) તથા આ (ब) બિંદુઓને ૧ લા સ્વી-



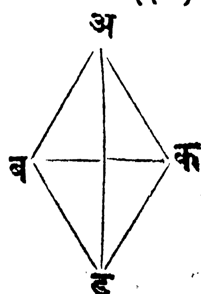
કૃત ૫. પ્રમાણે સાંધ્યાં. હવે આ (डबक) મોટા ત્રિકોણની આ (कड) બાજુ તે આ (अबक) નાના ત્રિકોણની આ (अब) બાજુની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (बक) બાજુ બંને ત્રિકોણોમાં સામાન્ય છે, અને મોટા ત્રિકોણનો આ (बक-अ) ખુણો તે નાના ત્રિકોણના આ (अबक) ખુણાની બરાબર આપેલ છે; માટે ચોથી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે એ બંને ત્રિકોણો બરાબર; હવે મોટા ત્રિકોણનો નાનો ત્રિકોણ ભાગ છે અને બરાબર થાય, એ ૯ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. થી ઉલટું, માટે (अब) બાજુ કરતાં આ (अक) બાજુ નાની નથી એ સિદ્ધ.

પ્ર૦ આઠમી પ્રતિજ્ઞા વિરૂદ્ધ બાજુએ ત્રિકોણ પાડી સિદ્ધ કરો?

ઉ૦ વિરૂદ્ધ બાજુએ પાડતાં મુખ્ય ત્રણ આકૃતિઓ થશે.

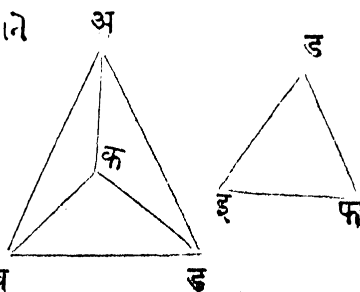


૧ લી રીત. ધારો કે આ (इ फ) પાયો આ (बक) પાયા સાથે મળી ગયો, અને ત્રિકોણ વિરૂદ્ધ બાજુએ પડયો. આ (अ) તથા આ (ड) બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત ૫. પ્રમાણે સાંધ્યાં તો આ (बड) તથા આ (कड) બાજુઓ અનુક્રમે આ (इड) તથા આ (फड) ની બરાબર આપેલી છે. હવે આ (अबड) ત્રિકોણની આ (अब) તથા આ (बड) બાજુઓ ઉપન્યાસ પ્રમાણે બરાબર છે, તેથી ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (कअड) તથા આ (अडक) ખુણા પણ બરાબર; હવે આ (डअब) તથા આ



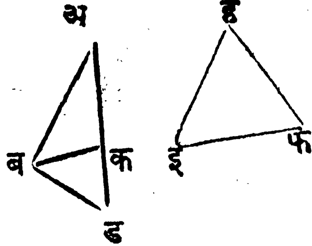
(**बडअ**) બરાબર ખુણાઓમાં આ (**कअड**) તથા આ (**अइक**) બરાબર ખુણાઓ અનુક્રમે મેળવ્યા, તો બીજા પ્રત્યક્ષ પ્ર. પ્રમાણે આ (**कअब**) ખુણો તે આ (**बडक**) ખુણાની બરાબર. અને આ (**बडक**) ખુણો તે આ (**इ**) ખુણાની બરાબર છે, તેથી ૧ લા પ્રત્યક્ષ પ્ર. પ્રમાણે આ (अ) ખુણો તે આ (ड) ખુણાની બરાબર થયો. હવે પાયા પાસેના ખુણા બરાબર કરવા સારૂ આ (अबक) ત્રિકોણની આ (अब) તથા આ (अक) બાજુઓ ઉપન્યાસ પ્રમાણે આ (डइफ) ત્રિકોણની આ (डइ) તથા આ (डफ) બાજુની બરાબર અનુક્રમે છે અને આ (अ) ખુણો તે આ (ड) ખુણાની બરાબર કરી ગયા, તેથી ચોથી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે પાયા પાસેના આ (ब) તથા આ (क) ખુણા તે આ (इ) તથા આ (फ) ખુણાની બરાબર એ સિદ્ધ.

બીજી રીતે—ત્રિકોણો આ પ્રમાણે વિરૂદ્ધ બાજુએ પાડીએ તો આ (अ) તથા આ (ड) બિંદુઓને ૧લા સ્વીકૃત પક્ષ પ્રમાણે સાંધ્યાં. હવે આ (अबड) ત્રિકોણની આ (बअ) તથા આ (बड) બાજુઓ ઉપન્યાસ પ્રમાણે બરાબર છે. તેથી ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (बडअ) તથા આ (डबअ) ખુણા બરાબર; અને



આ (अकड) ત્રિકોણની આ (कअ) તથા આ (कड) બાજુ-

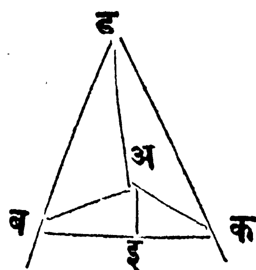
એ ઉપન્યાસ પ્રમાણે બરાબર છે, તો ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (कअइ) તથા આ (डअक) ખુણા બરાબર. હવે આ (बडअ) તથા આ (डअब) બરાબર ખુણામાંથી આ (कअड) તથા આ (डअक) બરાબર ખુણા અનુક્રમે બાદ કર્યા તો ૩ જા પ્રત્યક્ષ પ્ર. પ્રમાણે આ (कअब) તથા આ (बडक) ખુણા બરાબર રહ્યા. અને આ (बडक) ખુણો તે આ (ड) ખુણાની બરાબર છે, તો ૧ લા પ્રત્યક્ષ પ્ર૦ પ્રમાણે આ (अ) તથા આ (इ) ખુણા બરાબર થયા. હવે પાયા પાસેના ખુણા બરાબર કરવાના રહ્યા, તે ચોથી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે પહેલી રીત મુજબ બરાબર થાય એ સિદ્ધ.



ત્રીજી રીત—ધારો કે ત્રિકોણો આ પ્રમાણે વિરૂદ્ધ બાજુએ પડ્યા છે. હવે આ (अबड) ત્રિકોણની આ (बअ) તથા આ (बड) બાજુઓ ઉપન્યાસ પ્રમાણે બરાબર છે, તો ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (अ) ખુણો તે આ (ड) ખુણાની બરાબર, અને આ (ड) ખુણો તે આપેલા (ह) ખુણાની બરાબર છે, તો ૧ લા પ્રત્યક્ષ પ્ર૦ પ્રમાણે આ (अ) ખુણો તે આ (ह) ખુણાની બરાબર. હવે પાયા પાસેના ખુણા બરાબર કરવા રહ્યા, તે ચોથી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે પહેલી રીત મુજબ બરાબર એ સિદ્ધ.

પ્ર૦ ૯ મી પ્રતિજ્ઞા ત્રિકોણ એકજ તરફ પાડીને સિદ્ધ કરો?

ઉ૦ ત્રિકોણો એક તરફ બે રીતે પડી શકશે; એક તો આપેલા



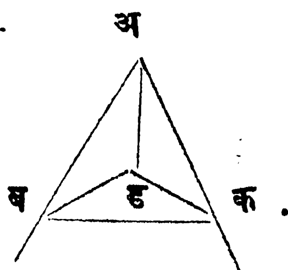
ખુણાની ઉપર ને બીજું તેની અંદર— ધારો કે સમબાજુ ત્રિકોણ આપેલા ખુણાની ઉપર જાય છે. આ (डबअ) સમબાજુના આ (ड) શિરોબિંદુને આ આપેલા (अ) ખુણાના શિરોબિંદુ સાથે ૧ લા સ્વીકૃતપક્ષ પ્રમાણે સાંધ્યું. આ (डअ) બાજુને આ (बक) ને મળતાં સુધી બીજા સ્વીકૃતપક્ષ પ્ર. વધારી. હવે આ (डबअ) ત્રિકોણની આ (डब) બાજુ તે આ (डअक) ત્રિકોણની આ (डक) બાજુની બરાબર ૨૪ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે. અને આ (अब) બાજુ તે આ (अक) બાજુની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (डअ) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે, માટે ૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (अडब) ખુણો તે આ (कडअ) ખુણાની બરાબર.

હવે આ (डबइ) ત્રિકોણની આ (डब) બાજુ તે આ (डइक) ત્રિકોણની આ (डक) બાજુની બરાબર ૨૪ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે. અને આ (डइ) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે, અને આ (अडब) તથા આ (कडअ) ખુણા બરાબર કરી ગયા, તેથી ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (बइ) પાયો તે આ (इक) પાયાની બરાબર.

હવે આ (अबइ) ત્રિકોણની આ (अब) બાજુ તે આ (अ

इक) ત્રિકોણુની આ (अक) બાજુની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (बइ) બાજુ તે આ (इक) બાજુની બરાબર ઠરી ગયા. અને (अइ) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે, તેથી ૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (इअब) તથા આ (कअइ) ખુણા બરાબર એ સિદ્ધ.

બીજી રીતે—આ આપેલા (अ) ખુણાની અંદર આ (डब क) સમબાજુ ત્રિકોણુ પડયો હોય તો.

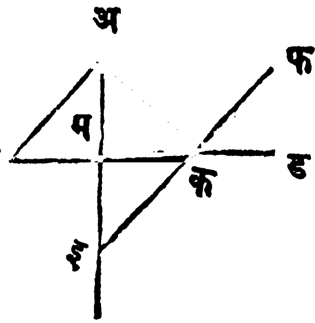


આ (अबड) ત્રિકોણુની આ (अब) બાજુ તે આ (अडक) ત્રિકોણુની આ (अक) બાજુની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (डब) બાજુ તે આ (डक) બાજુની બરાબર ૨૪ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે. અને આ (अड) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે, તેથી ૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (डअब) ખુણો તે આ (कअड) ખુણાની બરાબર એ સિદ્ધ.

પ્ર० ૧૬મી પ્રતિજ્ઞા બીજી રીતે સિદ્ધ કરો ?

ઉ० આ (अबक) ત્રિકોણુનો આ (अकड) બહારનો ખુણો આ

(ब) ખુણા કરતાં મોટો કરવાનો હોય તો, બે ખુણા વચ્ચેની આ (बक) બાજુને ૧૦ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (म) બિંદુ પાસે દુભાગી. આ (अ) તથા આ (म) બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત-પક્ષ પ્રમાણે સાંધ્યાં. આ (अम) બાજુને બીજા સ્વીકૃતપક્ષ પ્રમાણે વધારી. અને તેમાંથી આ



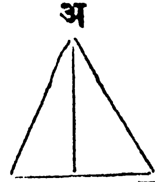
(अम) ની બરાબર આ (मइ) ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે (રાખી). આ (इ) તથા આ (क) બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃતપક્ષ પ્રમાણે સાંધ્યાં, અને આ (इक) ને બીજા સ્વીકૃતપક્ષ પ્રમાણે વધારી.

હવે આ (अबम) ત્રિકોણની આ (बम) બાજુ તે આ (मइक) ત્રિકોણની આ (मक) બાજુની બરાબર દુભાગીને રાખી છે. અને આ (अम) બાજુ તે આ (मइ) બાજુની બરાબર કાપીને રાખી છે. અને આ (बमअ) ખુણો તે ૧૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (कमइ) ખુણાની બરાબર છે, તો ચોથી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (अबम) ખુણો તે આ (इकम) ખુણાની બરાબર, અને આ (इकम) ખુણો તે ૧૫મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (फकड) ખુણાની બરાબર તેથી ૧લા પ્રત્યક્ષ. પ્ર. આ (अबम) ખુણો તે આ (फकड) ખુણાની બરાબર. હવે આ (फकड) ખુણા કરતાં આ (अकड) બહારનો ખુણો ૯મા પ્રત્યક્ષપ્ર૦ પ્રમાણે મોટો અને આ (फकड) ખુણો તે આ૦ (ब)

ખુણાની બરાબર કરી ગયા છીએ, તેથી આ (ब) ખુણા ક-
રતાં આ બહારનો (अकड) ખુણો મોટો એ સિદ્ધ.

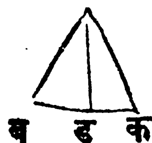
પ્ર૦ ૨૦ મી પ્રતિજ્ઞા બીજી રીતોએ સિદ્ધ કરી બતાવો?

ઉ૦ **પેહેલીરીત**—આ (अब) તથા આ (अक) બાજુનો સરવાળો
ત્રીજી આ (बक) બાજુ કરતાં મો-
ટો કરવા સારૂ આ (अ) ખુણાને ૯
મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે દુભાગ્યો, અને દુભા
ગનારી લીટીને આ (बक) ને ગળતાં
સુધી બીજા સ્વીકૃતપક્ષ પ્રમાણે વ-
ધારી. હવે આ (डअब) ખુણા કરતાં
આ (अडक) ખુણો ૧૬ માં પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે મોટો.



અને આ (डअब) ખુણો તે આ (कअड) ખુણાની બરાબર
દુભાગીને કરેલ છે, માટે આ (कअड) ખુણા કરતાં પણ આ
(अडक) ખુણો મોટો. હવે આ (अडक) ત્રિકોણમાં આ
(कअड) ખુણા કરતાં આ (अडक) ખુણો મોટો છે, તો ૧૯
મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (डक) બાજુ કરતાં આ (अक)
બાજુ મોટી. તેજ રીતે આ (अबड) ત્રિકોણમાં આ (बड)
બાજુ કરતાં આ (अब) બાજુ મોટી. હવે આ (डक) ના-
નીની સાથે આ (बड) નાની મેળવીએ અને આ (अक)
મોટીની સાથે આ (अब) મોટી મેળવીએ, તો આ (डक)
તથા આ (बड) ના સરવાળા કરતાં આ (अक) તથા આ
(अब) નો સરવાળો ઘણો મોટો. અને આ (बक) તે આ (बड)
તથા આ (डक) ના સરવાળા બરાબર છે; માટે આ (बक)
કરતાં આ (अब) તથા આ (अक) નો સરવાળો મોટો એ સિદ્ધ.

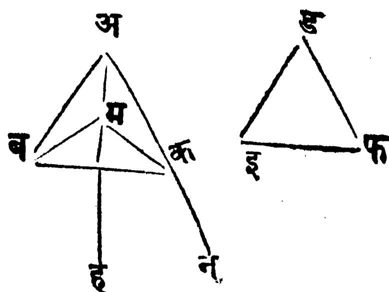
બીજી રીતે—સરવાળો કરવાની બે બાજુઓ જે ખુણા પાસે મળેછે, ત્યાંથી ત્રીજી બાજુ ઉપર લંબ દોરીને કરતાં.



હવે આ (**अबक**) ત્રિકોણના આ (**अ**) બિંદુથી ૧૨ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (**बक**) પાયા ઉપર લંબ દોર્યો. હવે આ (**बक**) ઉપર આ (**अड**) લંબ છે, તેથી ૧૦ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે આ (**बडअ**) તથા આ (**अडक**) ખુણા કાટ ખુણા. આ (**डअब**) ખુણા કરતાં આ (**अडक**) ખુણો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે મોટો અને આ (**अडक**) ખુણાની બરાબર આ (**बडअ**) ખુણો ૧૧ મા પ્રત્યક્ષ૦ પ્રમાણે છે, તેથી આ (**डअब**) ખુણા કરતાં આ (**बडअ**) ખુણો મોટો, તેથી ૧૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (**अब**) બાજુ આ (**बड**) બાજુ કરતાં મોટી; તેજ પ્રમાણે આ (**अक**) બાજુ તે આ (**डक**) બાજુ કરતાં મોટી, તેથી આ (**बड**) તથા આ (**डक**) નો સરવાળો જે આ (**बक**) તેના કરતાં પણ આ (**अब**) તથા આ (**अक**) નો સરવાળો મોટો એ સિદ્ધ.

પ્ર૦ ૨૪ મી પ્રતિજ્ઞા બીજી રીતે સિદ્ધ કરો?

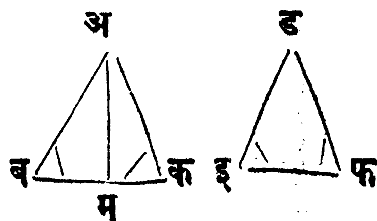
ઉ૦ ૧ લી રીત—આ (**अब**) બાજુની સાથે આ (**ड**) ખુણાની બરાબર ૨૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે ખુણો કર્યો. ખુણો કરનારી બાજુને વધારી તેમાંથી આ (**डफ**) બાજુની બરાબર ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (**अम**) કાપી. આ (**म**) તથા આ (**ब**)



બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃતપક્ષ પ્રમાણે સાંધ્યાં, અને આ (म) તથા આ (क) બિંદુઓને પણ ૧ લા સ્વીકૃત૦ પ્રમાણે સાંધ્યાં. આ (अबम) ત્રિકોણની આ (अब) બાજુ તે આ (डइफ) ત્રિકોણની આ (डइ) બાજુની બરાબર આપેલી છે. અને આ (अम) બાજુ તે આ (डफ) ની બરાબર કાપીને રાખીછે. અને આ (बअम) ખુણો તે આ (ड) ખુણાની બરાબર આકૃતિ-રચના પ્રમાણે છે, તેથી ૪ થા પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (बम) પાયો તે આ (इफ) પાયાની બરાબર. હવે આ (अम) બાજુ તે આ (डफ) બાજુની બરાબર કાપીને રાખી છે અને આ (अक) બાજુ તે આ (डफ) બાજુની બરાબર આપેલી છે. માટે ૧ લા પ્રત્યક્ષ૦ પ્રમાણે આ (अम) તથા આ (अक) બરાબર. અને તેથી ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (हमक) તથા આ (नकम) બહારના ખુણા બરાબર. આ (बकम) ખુણા કરતાં આ (नकम) ખુણો ૯ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. પ્રમાણે મોટો, તેથી આ (हमक) પણ મોટો. પછી બહારની રીતે સિદ્ધ કરવું.

બીજી રીતે—જો કાપવાની બાજુ પાયાની ઉપર કપાય તો ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (बक) નો ભાગ તે (इफ) ની બરાબર થાય, માટે આખી મોટી થાય એ સિદ્ધ.

પ્ર૦ ૨૬ મી પ્રતિજ્ઞા આપેલા બે ખુણાની વચ્ચેની બાજુને બદલે બીજી બાજુ લઇને સિદ્ધ કરો?



ઉ૦ આ (अबक) ત્રિકોણના આ (ब) તથા આ (क) ખુણા આ (डइफ) ત્રિકોણના આ (इ) તથા આ (फ) ખુણાની બરાબર આપેલ છે, અને આ (अब) બાજુ તે આ (डइ)

બાજુની બરાબર આપેલ્લ છે, તો બંને ત્રિકોણો એક રૂપ થશે. ધારો કે આ (इफ) બાજુ કરતાં આ (बक) બાજુ મોટી છે તો તેમાંથી આ (इफ) ની બરાબર ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (बम) કાપી. આ (अ) તથા આ (म) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃતપ્રક્ષ પ્રમાણે સાંધ્યાં. હવે આ (अबम) ત્રિકોણની આ (अब) બાજુ તે આ (डइफ) ત્રિકોણની આ (डइ) બાજુની બરાબર આપેલી છે, અને આ (बम) બાજુ તે આ (इफ) ની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (ब ખુણો તે આ (इ) ખુણાની બરાબર આપેલ છે, તો ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (बमअ) ખુણો તે આ (फ) ખુણાની બરાબર. વળી આ (फ) ખુણો તે આ (क) ખુણાની બરાબર આપેલ્લ છે, તેથી ૧ લા પ્રત્યક્ષપ્ર. પ્રમાણે આ (बमअ) તથા આ (क) ખુણા બરાબર; હવે આ (क) ખુણા કરતાં આ (बमअ) ખુણો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે મોટો. હમણા બરાબર કરી ગયા, અને વળી મોટો થાય, એ દેખીતું ઉલટું. માટે આ (बक) બાજુ આ (इफ) બાજુ કરતાં મોટી નથી, એટલે બરાબર છે.

હવે આ (अबक) ત્રિકોણની આ (अब) તથા આ (बक) બાજુઓ અને આ (ब) ખુણો તે અનુક્રમે આ (डइफ) ત્રિકોણની આ (डइ) તથા (इफ) બાજુઓ અને આ (इ) ખુણાની બરાબર છે, તો ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે તે બંને ત્રિકોણ એક રૂપ.

સમાપ્ત.

શુદ્ધિપત્ર.

પૃષ્ટ	સ્થળ.	અશુદ્ધ	શુદ્ધ.
૫	વ્યાખ્યા ૩૦ મી.	સમાંત્તર બાજુ	સમાંતર સમબાજુ
૭	પ્રત્યક્ષ પ્ર. ૭ મું.	પારમિતો	પરિમિતો.
૭	પ્રત્યક્ષ પ્ર. ૧૨મું. લીટી ૩ જી	માંહેના ખૂણા-ઓ,	માંહેના બે ખૂણાઓ.
૧૩	પહેલી લીટી	જોઇએ છેદાયછે.	જોઈએ માટે છેદાય છે.
૧૪	૨ટીકાની ૨જી લીટી	આાવકાશ	અવકાશ.
૧૩	૩ ટીકાની ૨જી લીટી	શકે, પણ	શકે, અને તે પણ
૧૭	સાધનની બીજીલીટી	હાવે	હવે.
૨૬	૭ માં લીટી	ખણો	ખૂણો.
૨૭	૩ જી લીટી.	——	અને તે એકજ બિંદુમાંથી નીકળતી હોવી જોઇએ.
૩૯	સિદ્ધતાની ૩૭ લીટી	તો	તે.
૫૭	૧૨ મી લીટી	બરબર	બરાબર
૬૪	લીટી ૪.	હવે.	તેથી પે. પ્રત્ય. પ્ર.
૧૦૦	૧૯	૮ મી(૯-૧૦-૧૧-૧૨-૨૩)	૮ માં(૯-૧૦-૧૧-૧૨-૨૩-૪૮)
૧૦૧	૯	ક્ષેત્રિફળ	ક્ષેત્રફળ
૧૦૬	વ્યાખ્યા ૩૫	પણ જેઓને	અને જેઓને

પૃથ્વીની ભૂગોળ વિદ્યા.

ગુજરાતી પાંચમા તેમજ છઠ્ઠા ધોરણ, અને ઈંગ્રેજી પેહેલા, બીજા અને ત્રિજા ધોરણના અભ્યાસીઓને અવશ્ય ઉપયોગી થશેજ. કેટલાંએક ઇંગ્રેજી પુસ્તકોને આધારે પ્રગટ કરીછે. જેઓએ જોઈછે તેઓએ વખાણીછે. છૂટક રાખનાર પાસેથી એની દર પ્રતની કિંમત ચાર આના લેઇએછીએ, પણ તમે જો સામટી રાખશો તો **એક રૂપિઆની છ પ્રત** આપીશું, તેમજ પોસ્ટેજ માફ કરીશું. કેમ હવે રાજી? જો મંગાવશો તો જાણીશું કે રાજી, નહીંતર કરાજી!

પિંગળનો સાર.

ગુજરાતી છઠ્ઠા ધોરણના વિદ્યાર્થી માટે તૈયાર છે. સહેલથી સમજી શકાય એવી સરળ ભાષાંમાં રચવામાં આવેલ છે. છુટક નકલનો પોણો આનો, પણ દસ નકલ રાખો તો ફકત પૈસે પૈસે. પોસ્ટેજ માફ. દોડો મારા દોસ્તો, આવી તક આજ સુધી કદી મળી નથી. એક પૈસામાં શું વિસાતછે? પણ ઉધારો નહીં ચાલે હો!

સંધી પ્રકરણ.

ગુજરાતી પાંચમા તથા છઠ્ઠા ધોરણ માટે છે. કિંમત દર પ્રતનો પોણો આનો. પણ સામટી રાખનારને દર પ્રતનો અરધો આનો, પોસ્ટેજ મફત.

પુરૂષોત્તમ કહાનજી ગાંધી—લીંબડી.